

III

解答

17-② 18-① 19-④ 20-③ 21-① 22-②
23-③ 24-④

解説 <中央銀行と金融政策>

- 17 ②適切。銀行券は日本銀行のみ発行でき、貨幣は政府が発行している。
18 ①適切。「銀行の銀行」とは、市中金融機関から預金をあずかり、必要に応じて市中金融機関に資金を貸し出す機能を指す。
20 ③適切。1994 年の金利の自由化以降、公定歩合は政策金利として用いられていない。
22 ①不適。橋本龍太郎内閣において実施された。②適切。③不適。イギリスの改革になっている。④不適。金融監督庁が金融庁へと改組されている。

IV

解答

25-② 26-① 27-① 28-② 29-④ 30-①
31-④ 32-②

解説 <現代の企業>

- 25 ②適切。2005 年の会社法により最低資本金の規定が撤廃され、資本金 1 円でも会社を設立できるようになった。
27 ①適切。②不適。カルテルについての記述。③不適。コンツェルンについての記述。④不適。コングロマリットについての記述。
28 ②適切。日本の独占禁止法は 1947 年に制定された。
30 ①適切。日本では、中小企業の企業数が 99% ほどを占め、また、中小企業の従業員数が 65~70% ほどを占める状態にある。
31 ④適切。1999 年の改正では、経済の二重構造による企業間格差は正から、中小企業の自助努力支援へと方針転換がなされた。

V

解答

33-③ 34-① 35-② 36-④ 37-② 38-③
39-① 40-④

解説 <冷戦と軍縮>

- 33 ③適切。古いものから順に並べると、B (1975 年) → A (1979 年) → C (1983 年) となる。
36 ④適切。分断されていた東西ドイツは 1990 年に統一された。
37 ②適切。1991 年、ソ連崩壊と同時期に独立国家共同体が結成された。
40 ④適切。包括的核実験禁止条約のこと。

数学

<数学 I・A>

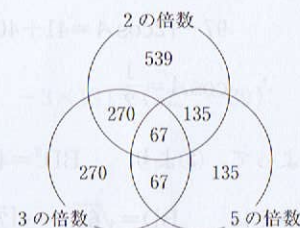
1

解答

(1) 1 2 3 4 1079 (2) 5 1 6 2
(3) 7 8 61 (4) 9 10 40

解説 <小問 4 問>

- (1) 1 から 2022 までの整数のうち、2 の倍数は 1011 個、3 の倍数は 674 個、5 の倍数は 404 個、6 の倍数は 337 個、10 の倍数は 202 個、15 の倍数は 134 個、30 の倍数は 67 個。



右図の通り、2 または 3 で割り切れるが、5 では割り切れない数は

$$539 + 270 + 270 = 1079 \text{ 個} \rightarrow \boxed{1} \sim \boxed{4}$$

- (2) 共通解を α とおくと

$$\begin{cases} \alpha^2 + a\alpha - 6 = 0 & \cdots \text{①} \\ \alpha^2 + 2\alpha - 3a = 0 & \cdots \text{②} \end{cases}$$

が成立する。①-② より

$$(a-2)(\alpha+3)=0$$

- (i) $\alpha = -3$ のとき $a = 1$ となり、2 つの方程式は

$$\begin{cases} x^2 + x - 6 = 0 & \cdots \text{③} \\ x^2 + 2x - 3 = 0 & \cdots \text{④} \end{cases}$$

③ は $x = -3, 2$ を解にもち、④ は $x = -3, 1$ を解にもつので、共通解 $x = -3$ をもつ。

- (ii) $a = 2$ のとき、2 つの方程式は $x^2 + 2x - 6 = 0$ でまったく同じになり、共通解 $x = -1 \pm \sqrt{7}$ をもつ。

以上(i), (ii)より、求める a の値は $a = 1, 2 \rightarrow \boxed{5} \cdot \boxed{6}$

(3) 右図のように、 $\triangle ABD$ において余弦定理を用いると

$$\begin{aligned} BD^2 &= 4^2 + 9^2 - 2 \cdot 4 \cdot 9 \cdot \cos A \\ &= 97 - 72\cos A \quad \cdots \cdots ① \end{aligned}$$

円に内接する四角形の対角の和は 180° より、 $C = 180^\circ - A$ となるので、 $\triangle BCD$ に余弦定理を用いると

$$\begin{aligned} BD^2 &= 4^2 + 5^2 - 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \cos(180^\circ - A) \\ &= 41 + 40\cos A \quad \cdots \cdots ② \end{aligned}$$

①、②より

$$97 - 72\cos A = 41 + 40\cos A$$

$$\therefore \cos A = \frac{1}{2}$$

よって、②より $BD^2 = 41 + 40 \times \frac{1}{2} = 61$

ゆえに $BD = \sqrt{61} \rightarrow [7][8]$

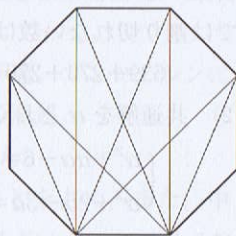
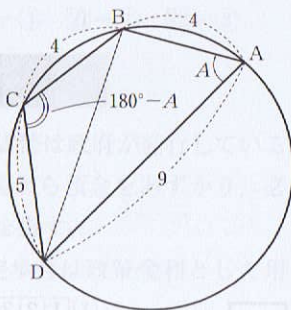
(4) 2 辺を共有する三角形は各頂点に 1 個ずつあるので 8 個

次に、1 辺を共有する三角形は、右図のように、1 辺に対して 4 個あるので

$$4 \times 8 = 32 \text{ 個}$$

よって、辺を共有する三角形は

$$40 \text{ 個} \rightarrow [9][10]$$



2

解答

(1) $[11][12] 13$

(2) $[13][14] 10 \quad [15] 1 \quad [16] 0$

解説 <不定方程式>

(1) $13x + 17y = 1 \quad \cdots \cdots ①$

の解の 1 つ $(x, y) = (4, -3)$ より

$$13 \cdot 4 + 17 \cdot (-3) = 1 \quad \cdots \cdots ②$$

が成立する。①-②より

$$13(x-4) + 17(y+3) = 0$$

$$13(x-4) = -17(y+3)$$

13 と 17 は互いに素であることから

$$x-4 = 17k, \quad y+3 = -13k \quad (k \text{ は整数})$$

すなわち $(x, y) = (17k+4, -13k-3)$

$x < 100, \quad y < 100$ より

$$\begin{cases} 17k+4 < 100 & \cdots \cdots ③ \\ -13k-3 < 100 & \cdots \cdots ④ \end{cases}$$

③、④から $-\frac{103}{13} < k < \frac{96}{17}$

これをみたす整数 k は $k = -7, -6, -5, \dots, 5$

よって、求める解の個数は 13 個 $\rightarrow [11][12]$

(2) $13x + 17y = 13 \quad \cdots \cdots ⑤$

①より、⑤の解の 1 つは $(x, y) = (4 \times 13, -3 \times 13) = (52, -39)$

よって

$$13 \cdot 52 + 17 \cdot (-39) = 13 \quad \cdots \cdots ⑥$$

が成立する。⑤-⑥より

$$13(x-52) + 17(y+39) = 0$$

$$13(x-52) = -17(y+39)$$

13 と 17 は互いに素であることから

$$x-52 = 17l, \quad y+39 = -13l \quad (l \text{ は整数})$$

すなわち $(x, y) = (17l+52, -13l-39)$

$$x-y = 30l+91$$

より、 $0 < 30l+91 < 300$ をみたすのは

$$l = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

ゆえに、求める解の個数は 10 個 $\rightarrow [13][14]$

また、 $l = -3$ のとき $|x| = 1$ となり最小となるので $y = 0$

よって $(x, y) = (1, 0) \rightarrow [15] \cdot [16]$

3

解答

(1) $[17] 2 \quad [18][19] 16 \quad [20][21] 29 \quad [22] 3$

(2) $[23][24] 13 \quad [25] 4 \quad [26][27] 15 \quad [28] 4$

解説 <2 次関数の決定, 最大値・最小値>

(1) 求める 2 次関数を $f(x) = ax^2 + bx + c$ とおく。

3点(2, 69), (-1, 15), (-3, -1)を通るのでそれぞれを代入すると

$$\begin{cases} 4a+2b+c=69 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ a-b+c=15 & \cdots\cdots\textcircled{2} \\ 9a-3b+c=-1 & \cdots\cdots\textcircled{3} \end{cases}$$

①~③より $a=2, b=16, c=29 \rightarrow \textcircled{17} \sim \textcircled{21}$

ゆえに, $f(x)=2x^2+16x+29$ となり, これを y 軸について対称移動するには x を $-x$ にすればよいので, $g(x)=2(-x)^2+16(-x)+29$ より

$$g(x)=2x^2-16x+29=2(x-4)^2-3$$

よって, 求める最小値は $-3 \rightarrow \textcircled{22}$

(2) 定義域の位置による場合分けをすると

(i) $t+1 \leq 4$ すなわち $t \leq 3$ のとき

$$\begin{aligned} M-m &= g(t)-g(t+1) \\ &= (2t^2-16t+29) \\ &\quad - \{2(t+1)^2-16(t+1)+29\} \\ &= -4t+14 \end{aligned}$$

$$\text{よって, } -4t+14 = \frac{9}{8} \text{ より } t = \frac{103}{32} > 3$$

したがって, 不適。

(ii) $t+\frac{1}{2} \leq 4 \leq t+1$ すなわち $3 \leq t \leq \frac{7}{2}$ のとき

$$\begin{aligned} M-m &= g(t)-g(4) \\ &= (2t^2-16t+29)-(-3) \\ &= 2t^2-16t+32 \\ &= 2(t-4)^2 \end{aligned}$$

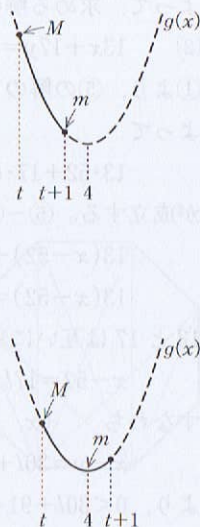
$$\text{よって, } 2(t-4)^2 = \frac{9}{8} \text{ より } (t-4)^2 = \frac{9}{16}$$

$$\text{ゆえに } t = 4 \pm \frac{3}{4} \quad t = \frac{19}{4}, \frac{13}{4}$$

$$3 \leq t \leq \frac{7}{2} \text{ より, } t = \frac{13}{4} \text{ が適する。}$$

(iii) $t \leq 4 \leq t+\frac{1}{2}$ すなわち $\frac{7}{2} \leq t \leq 4$ のとき

$$M-m = g(t+1)-g(4)$$



$$\begin{aligned} &= 2(t+1)^2-16(t+1)+29-(-3) \\ &= 2(t+1)^2-16(t+1)+32 \\ &= 2\{(t+1)-4\}^2 \\ &= 2(t-3)^2 \end{aligned}$$

$$\text{よって, } 2(t-3)^2 = \frac{9}{8} \text{ より } (t-3)^2 = \frac{9}{16}$$

$$\text{ゆえに } t = 3 \pm \frac{3}{4} \quad t = \frac{15}{4}, \frac{9}{4}$$

$$\frac{7}{2} \leq t \leq 4 \text{ より, } t = \frac{15}{4} \text{ が適する。}$$

(iv) $4 \leq t$ のとき, (i)より

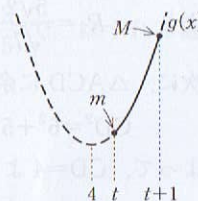
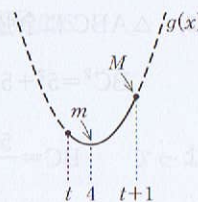
$$\begin{aligned} M-m &= g(t+1)-g(t) \\ &= -(-4t+14) \\ &= 4t-14 \end{aligned}$$

$$\text{よって, } 4t-14 = \frac{9}{8} \text{ より } t = \frac{121}{32} < 4$$

したがって, 不適。

以上(i)~(iv)より, 求める t の値は

$$t = \frac{13}{4}, \frac{15}{4} \rightarrow \textcircled{23} \sim \textcircled{28}$$



4

解答

(1) $\textcircled{29} 7$ $\textcircled{30} 4$ (2) $\textcircled{31} 6$ $\textcircled{32} 5$

(3) $\textcircled{33} 4$ $\textcircled{34} 5$ $\textcircled{35} 2$ (4) $\textcircled{36} 7$ $\textcircled{37} 2$

解説 《三角比, 三角形の面積, 外接円と内接円の半径》

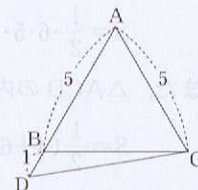
$$(1) \sin^2 \angle A = 1 - \cos^2 \angle A = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{7}{16}$$

だから, $\sin \angle A > 0$ より

$$\sin \angle A = \frac{\sqrt{7}}{4} \rightarrow \textcircled{29} \cdot \textcircled{30}$$

(2) 高さが等しい三角形の面積比は, 底辺の長さの比より

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{AD}{AB} = \frac{6}{5} \rightarrow \textcircled{31} \cdot \textcircled{32}$$



(3) $\triangle ABC$ に余弦定理を用いると

$$BC^2 = 5^2 + 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \cos A = 50 - \frac{150}{4} = \frac{50}{4}$$

$$\text{よって } BC = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

 $\triangle ABC$ に正弦定理を用いると

$$\frac{\frac{5\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{7}}{4}} = 2R_2$$

$$\text{より } R_2 = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{7}} \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

次に, $\triangle ACD$ に余弦定理を用いると

$$CD^2 = 6^2 + 5^2 - 2 \cdot 6 \cdot 5 \cdot \cos A = 61 - 45 = 16$$

よって, $CD=4$ より, $\triangle ACD$ に正弦定理を用いると

$$\frac{4}{\frac{\sqrt{7}}{4}} = 2R_1$$

$$\text{より } R_1 = \frac{8}{\sqrt{7}} \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ から } \frac{R_1}{R_2} = \frac{\frac{8}{\sqrt{7}}}{\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{7}}} = \frac{4}{5} \sqrt{2} \rightarrow \textcircled{33} \sim \textcircled{35}$$

(4) $\triangle ACD$ の面積を S とすると

$$S = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 5 \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 5 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{15}{4} \sqrt{7} \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

また, $\triangle ACD$ の内接円の半径を r とすると

$$S = \frac{1}{2} (4+6+5) \cdot r = \frac{15}{2} r \quad \cdots \cdots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{3}, \textcircled{4} \text{ より } \frac{15}{2} r = \frac{15}{4} \sqrt{7}$$

$$\text{よって } r = \frac{\sqrt{7}}{2} \rightarrow \textcircled{36} \cdot \textcircled{37}$$

5**解答**(1) $\textcircled{38} 2$ $\textcircled{39} \textcircled{40} 15$ (2) $\textcircled{41} \textcircled{42} \textcircled{43} 216$ $\textcircled{44} \textcircled{45} \textcircled{46} 625$ (3) $\textcircled{47} 3$ $\textcircled{48} 7$ **解説** <<くじ引きの確率>>

$$(1) \text{ 2本のくじの引き方は } {}_{10}C_2 = \frac{10 \cdot 9}{2 \cdot 1} = 45 \text{ 通り}$$

$$2 \text{ 本の当たりくじの引き方は } {}_4C_2 = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} = 6 \text{ 通り}$$

よって, 求める確率は

$$\frac{6}{45} = \frac{2}{15} \rightarrow \textcircled{38} \sim \textcircled{40}$$

$$(2) \text{ 1本のくじを引いたとき, 当たりの確率は } \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \text{ で, はずれる確}$$

$$\text{率は } 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5} \text{ となることから, 求める確率は}$$

$${}_4C_2 \left(\frac{2}{5} \right)^2 \left(\frac{3}{5} \right)^2 = \frac{216}{625} \rightarrow \textcircled{41} \sim \textcircled{46}$$

$$(3) \text{ 4本のくじの引き方は } {}_{10}C_4 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 210 \text{ 通り}$$

2本当たりで2本はずれの引き方は

$${}_4C_2 \cdot {}_6C_2 = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \cdot \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 90 \text{ 通り}$$

$$\text{よって, 求める確率は } \frac{90}{210} = \frac{3}{7} \rightarrow \textcircled{47} \cdot \textcircled{48}$$

◀数学 I・II・A・B▶

1

解答

(1) $\boxed{1}\boxed{2}\boxed{20}$ (2) $\boxed{3}\boxed{4}$

(3) $\boxed{4}\boxed{5}\boxed{17}$ $\boxed{6}\boxed{7}\boxed{27}$ (4) $\boxed{8}\boxed{3}$

解説 小問 4 問

(1) 100 円玉 x 個, 50 円玉 y 個, 10 円玉 z 個で合計 390 円とすると

$$100x + 50y + 10z = 390$$

$$10x + 5y + z = 39 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

 $x=3$ のとき, $\textcircled{1}$ より $5y + z = 9$ これをみたす (y, z) の組は $(0, 9), (1, 4)$ $x=2$ のとき, $\textcircled{1}$ より $5y + z = 19$ これをみたす (y, z) の組は $(0, 19), (1, 14), (2, 9), (3, 4)$ $x=1$ のとき, $\textcircled{1}$ より $5y + z = 29$ これをみたす (y, z) の組は

$$(0, 29), (1, 24), (2, 19), (3, 14), (4, 9), (5, 4)$$

 $x=0$ のとき, $\textcircled{1}$ より $5y + z = 39$ これをみたす (y, z) の組は

$$(0, 39), (1, 34), (2, 29), (3, 24), (4, 19), (5, 14),$$

$$(6, 9), (7, 4)$$

以上から, 求める支払いの方法は $2+4+6+8=20$ 通り $\rightarrow \boxed{1}\boxed{2}$ (2) $||2x-1|-5|=2$ より

$$\begin{cases} |2x-1|-5=2 \\ |2x-1|-5=-2 \end{cases}$$

となる。よって

$$\begin{cases} |2x-1|=7 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ |2x-1|=3 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

 $\textcircled{1}$ を解くと, $2x-1=\pm 7$ より $x=4, -3$ $\textcircled{2}$ を解くと, $2x-1=\pm 3$ より $x=2, -1$ よって, 求める最大の解は $x=4 \rightarrow \boxed{3}$ (3) 5 人の手の出し方は 3^5 通りある。あいこになるのは次の場合である

(グーはグ, チョキはチ, パーはパと表すことにする)。

(i) 全員がすべて同じ手を出す

$$(\text{グ}, \text{グ}, \text{グ}, \text{グ}, \text{グ}), (\text{チ}, \text{チ}, \text{チ}, \text{チ}, \text{チ}),$$

$$(\text{パ}, \text{パ}, \text{パ}, \text{パ}, \text{パ})$$

の 3 通り。

(ii) 3 人が同じ手を出し, 残りの 2 人がそれ以外の異なる手を出す

$$(\text{グ}, \text{グ}, \text{グ}, \text{チ}, \text{パ}), (\text{チ}, \text{チ}, \text{チ}, \text{グ}, \text{パ}),$$

$$(\text{パ}, \text{パ}, \text{パ}, \text{グ}, \text{チ})$$

$$3 \times \frac{5!}{3!} = 60 \text{ 通り}$$

(iii) 2 人ずつ同じ手を異なる手で出し, 他の 1 人が残った異なる手を出す

$$(\text{グ}, \text{グ}, \text{チ}, \text{チ}, \text{パ}), (\text{チ}, \text{チ}, \text{パ}, \text{パ}, \text{グ}),$$

$$(\text{パ}, \text{パ}, \text{グ}, \text{グ}, \text{チ})$$

$$3 \times \frac{5!}{2!2!} = 90 \text{ 通り}$$

以上より, 求める確率は $\frac{3+60+90}{3^5} = \frac{153}{3^5} = \frac{17}{27} \rightarrow \boxed{4} \sim \boxed{7}$ **別解** 「勝負がつかない」という事象は「勝負がつく」という事象 A の余事象 $\bar{A}$ である。勝負がつくとき, 勝つ人数を k とおくと, $k=1, 2, 3, 4$ であり, 誰が勝つかは ${}_5C_k$ 通りある。また, そのそれぞれに対し, どの手で勝つかが 3 通りあるから, 確率 $P(A)$ は

$$P(A) = \frac{\sum_{k=1}^4 {}_5C_k \cdot 3}{3^5} = \frac{10}{27}$$

したがって, 求める確率は

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{17}{27}$$

(4) $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の内積の値を求めると

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (-1, 0, 1) \cdot (0, 3, k) = k \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos 120^\circ = \sqrt{2} \sqrt{9+k^2} \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{9+k^2} \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{より} \quad k = -\frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{9+k^2} \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

$$2k^2 = 9 + k^2 \quad k^2 = 9$$

$$\textcircled{3} \text{より} \quad k < 0$$

$$\text{ゆえに、求める } k \text{ の値は} \quad k = -3 \rightarrow \boxed{8}$$

$$\boxed{2} \quad \text{解答} \quad (1) \boxed{9} \boxed{10} 12 \quad (2) \boxed{11} 1 \quad \boxed{12} 2 \quad \boxed{13} 1 \quad \boxed{14} 2$$

$$(3) \boxed{15} \boxed{16} 16$$

解説 <数列の漸化式>

$$(1) a_1 = 1 \text{ より}$$

$$a_2 = a_1 + 2 = 3, \quad a_3 = a_2 - 1 + 1 = 3, \quad a_4 = a_3 + 4 = 7, \quad a_5 = a_4 - 2 + 1 = 6,$$

$$a_6 = a_5 + 6 = 12 \rightarrow \boxed{9} \boxed{10}$$

$$(2) 2 \text{ つの漸化式の階差の和をとると}$$

$$a_{2n+1} - a_{2n} = -n + 1$$

$$a_{2n} - a_{2n-1} = 2n$$

$$a_{2n-1} - a_{2n-2} = -(n-1) + 1$$

$$a_{2n-2} - a_{2n-3} = 2(n-1)$$

$$\vdots$$

$$a_5 - a_4 = -2 + 1$$

$$a_4 - a_3 = 4$$

$$a_3 - a_2 = -1 + 1$$

$$+ \quad a_2 - a_1 = 2$$

$$a_{2n+1} - a_1 = 2(1+2+\cdots+n) - (1+2+\cdots+n) + n$$

$$= (1+2+\cdots+n) + n$$

$$a_{2n+1} = \frac{1}{2}n(n+1) + n + 1 = \frac{1}{2}(n+1)(n+2) \rightarrow \boxed{11} \sim \boxed{14}$$

$$(3) (2) \text{より, } a_{2n+1} > 50 \text{ をみたす } n \text{ を求めると}$$

$$\frac{1}{2}(n+1)(n+2) > 50 \text{ より} \quad (n+1)(n+2) > 100$$

$$\text{よって} \quad n \geq 9 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

また, (2)の階差の計算から

$$a_{2n} - a_1 = (1+2+\cdots+n) + n - (-n+1)$$

$$\text{より} \quad a_{2n} = \frac{1}{2}n(n+5)$$

$$\frac{1}{2}n(n+5) > 50 \text{ より} \quad n(n+5) > 100$$

$$\text{よって} \quad n \geq 8 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{より, } n=8 \text{ のときはじめて } 50 \text{ を超えるのは } a_{16} \text{ である。}$$

$$\text{したがって} \quad \text{第 } 16 \text{ 項} \rightarrow \boxed{15} \boxed{16}$$

$$\boxed{3} \quad \text{解答} \quad (1) \boxed{17} 4 \quad \boxed{18} 2 \quad \boxed{19} 4 \quad (2) \boxed{20} \boxed{21} 17 \quad \boxed{22} 4$$

$$(3) \boxed{23} 7 \quad \boxed{24} 8 \quad \boxed{25} \boxed{26} 15 \quad \boxed{27} 8$$

解説 <三角関数の最大値>

(1) 右図より, $\triangle OAB$ に余弦定理を用いると

$$AB^2 = 1^2 + 1^2 - 2 \cdot 1^2 \cdot \cos \theta$$

$$= 2(1 - \cos \theta) = 2 \cdot 2 \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

$$= 4 \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

よって, $AB = 2 \sin \frac{\theta}{2}$ であるから, 台形

OABC の周の長さを l とおくと

$$l = OA + AB + BC + OC$$

$$= 1 + 2 \sin \frac{\theta}{2} + 2 \cos \theta + 1$$

$$= 2 \left(1 - 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) + 2 \sin \frac{\theta}{2} + 2$$

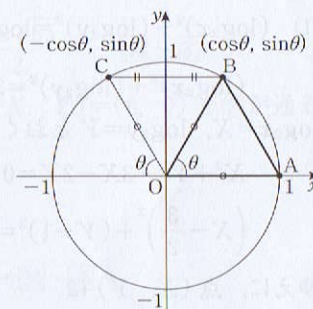
$$= -4 \sin^2 \frac{\theta}{2} + 2 \sin \frac{\theta}{2} + 4 \rightarrow \boxed{17} \sim \boxed{19}$$

$$(2) \quad l = -4 \left(\sin \frac{\theta}{2} - \frac{1}{4} \right)^2 + \frac{17}{4}$$

$$\text{より, } \sin \frac{\theta}{2} = \frac{1}{4} \text{ のとき } l \text{ の最大値は } \frac{17}{4} \rightarrow \boxed{20} \sim \boxed{22}$$

$$(3) (2) \text{より } \sin \frac{\theta}{2} = \frac{1}{4} \text{ なので}$$

$$\cos \frac{\theta}{2} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{4} \right)^2} = \frac{\sqrt{15}}{4}$$



よって

$$\cos\theta = 1 - 2\sin^2\frac{\theta}{2} = 1 - 2\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{7}{8} \rightarrow \boxed{23} \cdot \boxed{24}$$

$$\sin\theta = 2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2} = 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{15}}{4} = \frac{\sqrt{15}}{8} \rightarrow \boxed{25} \sim \boxed{27}$$

4 解答 (1) $\boxed{28}$ 3 $\boxed{29}$ 2 $\boxed{30}$ 1 $\boxed{31}$ $\boxed{32}$ 13 $\boxed{33}$ 2 (2) $\boxed{34}$ 1 $\boxed{35}$ 1
(3) $\boxed{36}$ 7 $\boxed{37}$ $\boxed{38}$ 65 $\boxed{39}$ 2

解説 ≪対数方程式、領域における最大・最小≫

$$(1) (\log_2 x)^2 + (\log_2 y)^2 = \log_2 \frac{x^3}{2} + \log_2 2y^2 \text{ より}$$

$$(\log_2 x)^2 + (\log_2 y)^2 = 3\log_2 x - \log_2 2 + \log_2 2 + 2\log_2 y$$

$\log_2 x = X, \log_2 y = Y$ とおくと

$$X^2 + Y^2 - 3X - 2Y = 0$$

$$\left(X - \frac{3}{2}\right)^2 + (Y - 1)^2 = \frac{13}{4} \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

ゆえに、点 (X, Y) は

$$\left(\frac{3}{2}, 1\right) \rightarrow \boxed{28} \sim \boxed{30}$$

を中心とする、半径 $\frac{\sqrt{13}}{2} \rightarrow \boxed{31} \sim \boxed{33}$

の円周上にある。

ただし、 $x \geq 1, y \geq 1$ より $\log_2 x \geq 0, \log_2 y \geq 0$

すなわち $X \geq 0, Y \geq 0$

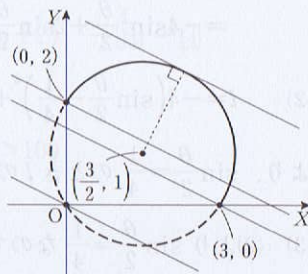
$$(2) \cdot (3) \log_2 xy^2 = k \text{ とおくと}$$

$$\log_2 x + 2\log_2 y = k$$

$$X + 2Y = k \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

となる。ゆえに、右図のように円と直線 $X + 2Y = k$ が接するとき、 k の値が最大となる。

①の円の中心から②の直線までの距離が半径以下であるとき、 k が存在するので



$$\left| \frac{3}{2} + 2 \cdot 1 - k \right| \leq \frac{\sqrt{13}}{2}$$

$$\left| \frac{7}{2} - k \right| \leq \frac{\sqrt{65}}{2}$$

$$-\frac{\sqrt{65}}{2} \leq \frac{7}{2} - k \leq \frac{\sqrt{65}}{2}$$

したがって

$$\frac{7 - \sqrt{65}}{2} \leq k \leq \frac{7 + \sqrt{65}}{2}$$

である。よって、 $\log_2 xy^2$ の最大値は $\frac{7 + \sqrt{65}}{2} \rightarrow \boxed{36} \sim \boxed{39}$

また、 k が最小となるのは、上図のように $(X, Y) = (0, 0)$ を②が通るときより、最小値は $k = 0 + 2 \times 0 = 0$

$$X = \log_2 x = 0 \text{ より } x = 2^0 = 1$$

$$Y = \log_2 y = 0 \text{ より } y = 2^0 = 1$$

ゆえに、求める値は $(x, y) = (1, 1) \rightarrow \boxed{34} \cdot \boxed{35}$

5 解答 (1) $\boxed{40}$ 1 $\boxed{41}$ 4 $\boxed{42}$ 8 (2) $\boxed{43}$ $\boxed{44}$ 24 $\boxed{45}$ 8 $\boxed{46}$ 1 $\boxed{47}$ 4
(3) $\boxed{48}$ 7 $\boxed{49}$ $\boxed{50}$ 32

解説 ≪絶対値のついた積分、4次関数の最小値≫

$$(1) t \leq 0 \text{ のとき } -8t^3 \geq 0 \text{ より, } 0 \leq x \leq 1 \text{ において}$$

$$x^3 - 8t^3 \geq 0$$

$$|x^3 - 8t^3| = x^3 - 8t^3$$

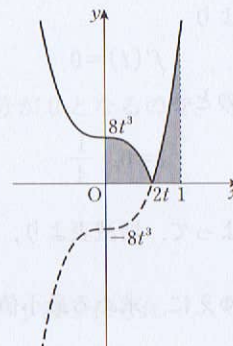
ゆえに

$$\begin{aligned} f(t) &= \int_0^1 (x^3 - 8t^3) dx = \left[\frac{1}{4}x^4 - 8t^3x \right]_0^1 \\ &= \frac{1}{4} - 8t^3 \rightarrow \boxed{40} \sim \boxed{42} \end{aligned}$$

$$(2) 0 < t < \frac{1}{2} \text{ のとき, } 0 < t^3 < \frac{1}{8} \text{ より}$$

$$-1 < -8t^3 < 0$$

右図より



$$\begin{aligned}
 f(t) &= \int_0^{2t} (-x^3 + 8t^3) dx + \int_{2t}^1 (x^3 - 8t^3) dx \\
 &= \left[-\frac{1}{4}x^4 + 8t^3x \right]_0^{2t} + \left[\frac{1}{4}x^4 - 8t^3x \right]_{2t}^1 \\
 &= -4t^4 + 16t^4 + \frac{1}{4} - 8t^3 - 4t^4 + 16t^4 \\
 &= 24t^4 - 8t^3 + \frac{1}{4} \rightarrow \boxed{43} \sim \boxed{47}
 \end{aligned}$$

(3) $\frac{1}{2} \leq t \leq 1$ のとき $1 \leq 8t^3 \leq 8$ より, $0 \leq x \leq 1$ において

$$x^3 - 8t^3 \leq 0 \quad |x^3 - 8t^3| = -(x^3 - 8t^3)$$

ゆえに, (1)より

$$f(t) = -\int_0^1 (x^3 - 8t^3) dx = -\left(\frac{1}{4} - 8t^3\right) = 8t^3 - \frac{1}{4}$$

よって

$$f(t) = \begin{cases} -8t^3 + \frac{1}{4} & (t \leq 0 \text{ のとき}) \\ 24t^4 - 8t^3 + \frac{1}{4} & (0 < t < \frac{1}{2} \text{ のとき}) \\ 8t^3 - \frac{1}{4} & (\frac{1}{2} \leq t \leq 1 \text{ のとき}) \end{cases}$$

$t \leq 0$ のとき $f(t)$ は減少関数で, $\frac{1}{2} \leq t \leq 1$ のとき $f(t)$ は増加関数である

から, $0 < t < \frac{1}{2}$ のときの増減を調べればよい。この定義域において

$$f'(t) = 96t^3 - 24t^2 = 24t^2(4t - 1)$$

より

$$f'(t) = 0$$

のとき

$$t = 0, \frac{1}{4}$$

よって, 増減表より, $t = \frac{1}{4}$ で $f(t)$ は最小値をとる。

ゆえに, 求める最小値は $\frac{7}{32} \rightarrow \boxed{48} \sim \boxed{50}$

t	0	...	$\frac{1}{4}$	...	$\frac{1}{2}$
$f'(t)$		-	0	+	
$f(t)$			$\searrow$	$\nearrow$	

物理

I

解答

(1) ①-④ ②-⑥ ③-① ④-③ ⑤-⑥ ⑥-⑨

(2) ⑦-⑥ ⑧-④ ⑨-⑤ ⑩-⑦

(3) ⑪-⑤ ⑫-② ⑬-④

(4) ⑭-② ⑮-④ ⑯-③ ⑰-⑥ ⑱-⑥ ⑲-② ⑳-④ ㉑-④

解説 <総 合>

(1) 右図のように, x, y 軸をとり, 原点 O から初速 v_0 で, 水平に対して 30° の角で時刻 $t=0$ に投射したとする。

時刻 t での小物体の速度の x, y 成分 v_x, v_y はそれぞれ

$$v_x = v_0 \cos 30^\circ$$

$$v_y = v_0 \sin 30^\circ - gt$$

小物体の位置 x, y はそれぞれ

$$x = (v_0 \cos 30^\circ)t$$

$$y = (v_0 \sin 30^\circ)t - \frac{1}{2}gt^2$$

$y=0$ として, $t_1 \neq 0$ を考慮すると

$$t_1 \left(v_0 \sin 30^\circ - \frac{1}{2}gt_1 \right) = 0 \quad \therefore t_1 = \frac{2v_0 \sin 30^\circ}{g} = \frac{v_0}{g} \rightarrow \boxed{1}$$

$t=t_1$ における x の位置を求めて

$$x = v_0 \cos 30^\circ \times \frac{v_0}{g} = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{v_0^2}{g} \rightarrow \boxed{2}$$

鉛直方向の運動を考えて, 最高点では速度の y 成分が 0 となるので, 等加速度直線運動の式より

$$0^2 - (v_0 \sin 30^\circ)^2 = -2gh_1$$

$$\therefore h_1 = \frac{(v_0 \sin 30^\circ)^2}{2g} = \frac{v_0^2}{8g} \rightarrow \boxed{3}$$

水平と θ の角で投射したとすれば, 小物体の位置 x, y はそれぞれ

