

- ② ワシントン条約
③ カルタヘナ議定書
④ モントリオール議定書

数学

◀ 数学 I ・ A ▶

(60 分)

解答は解答番号 1 から 50 までにマークしなさい。解答が分数形で求められている場合は、既約分数で答えなさい。また、解答が根号を含む形で求められている場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。さらに、解答が比で求められている場合は、最も簡単な整数の比で答えなさい。

1

(1) a を定数とする。集合 $A = \{1, 3, a^2 + 4a + 8, 3a + 1\}$, $B = \{3, a + 11, -a + 5, 2a - 1\}$ の共通部分 $A \cap B$ が $\{3, 4, a\}$ となるときの a の値は 1 である。

(2) $\sqrt{n^2 + 29}$ が整数となるような自然数 n は、2 3 である。

(3) 5 つの自然数 $7, x, x + 1, 4x - 2, 2x$ からなるデータがある。このデータの標準偏差が $\sqrt{6}$ であるとき、 x の値は 4 である。

(4) $|2x + 4| - |x^2 - 16| < 3x + 8$ の解は、

$$x < \frac{-\boxed{5} - \sqrt{\boxed{6}\boxed{7}}}{\boxed{8}}, \quad x > \frac{\boxed{9} - \sqrt{\boxed{10}\boxed{11}\boxed{12}}}{\boxed{13}} \text{ である。}$$

- 2 BC の長さが AC の長さより長い三角形 ABC の外接円を O とする。頂点 C における円 O の接線と直線 AB との交点を D とする。また、頂点 A を通り DC に平行な直線と円 O との交点のうち、点 A と異なる点を E とする。なお、 $AB = 7$, $BE = 4$, $AC = 6$ である。

(1) $\cos \angle BAC = \frac{14}{15}$

(2) $DC = \frac{16}{17}$

(3) $AD = \frac{18}{19}$

(4) $AE = \frac{19}{21}$

- 3 ある工場で生産されている製品が不良品である確率は 1% である。製品を不良品かどうか調べる検査で、不良品である製品が正しく不良品と検査の結果が出されない確率は 10% である。また、この検査で、不良品ではない製品が誤って不良品であると検査の結果が出される確率は 10% である。

- (1) 製品のある 1 個についてこの検査をしたところ、不良品であると検査の結果が出される確率は $\frac{22}{24}$ である。

- (2) 製品のある 1 個についてこの検査をしたところ、不良品であると検査の結果が出された。この製品が不良品ではない確率は $\frac{27}{29}$ である。

- (3) 製品のある 1 個についてこの検査をしたところ、不良品ではないと検査の結果が出された。この製品が本当は不良品である確率は $\frac{31}{32}$ である。

- 4 四面体 ABCD において、 $AC = 6$ 、それ以外の各辺の長さは 4 である。また、点 P は辺 AC 上にあり、 $AP = 1$ である。

(1) $\triangle PBD = \frac{35}{39} \sqrt{36}$

(2) 四面体 PBCD の体積は、 $\frac{37}{39} \sqrt{40}$ である。

(3) 点 C から $\triangle PBD$ に下ろした垂線の長さは、 $\frac{41}{42} \sqrt{43}$ である。

- 5 x に関する関数 $f(x) = 2x^2 - 8|x| - k$ について考える。ただし、 k は実数とする。

- (1) $f(x)$ の最小値が -12 のとき、 k の値は 45 である。

- (2) $-5 \leq x \leq 1$ のとき、 $f(x)$ の最大値は $-k + 46$ 、 $f(x)$ の最小値は $-k - 48$ である。

- (3) 方程式 $f(x) = 0$ が異なる実数解を 2 つもつのは、 $k = -49$ 、または、 $k > 50$ のときである。

◀ 数学 I ・ II ・ A ・ B ▶

(60 分)

解答は解答番号 $\boxed{1}$ から $\boxed{50}$ までにマークしなさい。解答が分数形で求められている場合は、既約分数で答えなさい。また、解答が根号を含む形で求められている場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。さらに、解答が比で求められている場合は、最も簡単な整数の比で答えなさい。

1

(1) 144 の正の約数の総和は $\boxed{1} \boxed{2} \boxed{3}$ である。

(2) 2 直線 $3x - y + 1 = 0$, $4x - 2y + 1 = 0$ のなす角を θ ($0^\circ < \theta < 90^\circ$) とすると、

$$\tan \theta = \frac{\boxed{4}}{\boxed{5}} \text{ である。}$$

(3) $x^{10} + 2x^9$ を $x^2 + 1$ で割った余りは $\boxed{6}x - \boxed{7}$ である。

(4) 関数 $y = 3\cos x - \cos 2x$ の $0 \leq x \leq \pi$ における最大値は $\frac{\boxed{8} \boxed{9}}{\boxed{10}}$ で最小値は $-\boxed{11}$ である。

(5) 9 枚のカードに、1 から 9 までの相異なる数字が 1 つずつ書かれている。

4 枚のカードを 1 枚ずつ取り出し、取り出した順に

A_1, A_2, B_1, B_2

とする。10 の位を A_1 , 1 の位を A_2 とする数と、10 の位を B_1 , 1 の位を B_2 とする数の和が

80 になるようなカードの取り出し方は $\boxed{12} \boxed{13}$ 通りである。

2 座標平面において 2 つの円

$$x^2 + y^2 = 10, \quad x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$$

の交点 A, B と点 P(-6, 2) を通る円の中心を C とする。

(1) C の座標は、 $(-\boxed{14}, -\boxed{15})$ である。

(2) 円 C の半径は $\boxed{16}$ である。

(3) $\sin \angle CAB = \frac{\boxed{17} \sqrt{\boxed{18}}}{\boxed{19}}$ である。

3 一辺の長さが 1 の正四面体 ABCD において、辺 AB を 1:2 に内分する点を J, 辺 AC の中点を K, 辺 AD を 2:1 に内分する点を L, 辺 CD の中点を M とする。三角形 BCD の重心を G, 直線 AG と平面 JKL の交点を P, 直線 AM と平面 JKL の交点を Q とする。

$$(1) \overrightarrow{AQ} = \frac{\boxed{20}}{\boxed{21}} \overrightarrow{AC} + \frac{\boxed{22}}{\boxed{23}} \overrightarrow{AD}$$

$$(2) \overrightarrow{AP} = \frac{\boxed{24}}{\boxed{25} \boxed{26}} \overrightarrow{AB} + \frac{\boxed{27}}{\boxed{28} \boxed{29}} \overrightarrow{AQ}$$

(3) AP の長さは、 $\frac{\boxed{30} \sqrt{\boxed{31}}}{\boxed{32} \boxed{33}}$ である。

4 関数

$$f(x) = 8^x - 4^{x+\frac{3}{4}} + 2^{x+1}$$

を考える。

- (1) $2^x = t$ において, $f(x)$ を t の式で表すと,

$$\boxed{34} t^3 - \boxed{35} \sqrt{\boxed{36}} t^2 + \boxed{37} t$$

である。

- (2) $x \leq \frac{1}{2}$ において, $f(x)$ は $x = \frac{\boxed{38}}{\boxed{39}}$ - $\log_2 \boxed{40}$ のとき最大値 $\frac{\boxed{41}}{\boxed{42} \boxed{43}} \sqrt{\boxed{44}}$ をとる。

5 座標平面において, 放物線 $C_1: y = -x^2 + 8x$ と放物線 $C_2: y = -4x^2 + 20x$ を考える。

- (1) C_1, C_2 の原点以外の交点の x 座標は $\boxed{45}$ である。

- (2) 直線 ℓ が, C_1, C_2 の両方に第 1 象限で接している。直線 ℓ の方程式は,

$$y = -\boxed{46} x + \boxed{47} \boxed{48} \text{ である。}$$

- (3) C_1 と ℓ の接点の x 座標は $\boxed{49}$ で, C_2 と ℓ との接点の x 座標は $\boxed{50}$ である。

物理

(60 分)

- I 次の各文中の空欄 $\boxed{1}$ ~ $\boxed{25}$ に入れるのに最も適当なものを, それぞれの解答群から選び, その番号をマークせよ。同じ解答群から複数選択する場合は, 同じ解答を 2 回以上選んでもよい。

- (1) 図 1 のように, 軽いばねの一端を天井に固定し, もう一方の端に質量 m の小球を取り付ける。ばねの自然長の位置を原点 O として, 鉛直下向きに x 軸をとる。小球を支えて静かに移動させると, $x = d$ の位置でつり合って小球が静止する。重力加速度の大きさを g とすると, このばねのばね定数は $\boxed{1}$ となる。ここで, $x = 2d$ の位置に小球を移動させて静かに放すと, 小球は鉛直方向に単振動を始めた。空気の抵抗は無視でき, 単振動は鉛直方向にのみ生じるものとする。単振動をしているとき, 位置 x での加速度を a とすると, 運動方程式は $ma = \boxed{2}$ となる。これより, 小球は $x = \boxed{3}$ の位置を中心に, 周期 $\boxed{4}$ の単振動を行う。また, この単振動の振幅は $\boxed{5}$ となり, 運動中の最大の速さは $\boxed{6}$ となる。

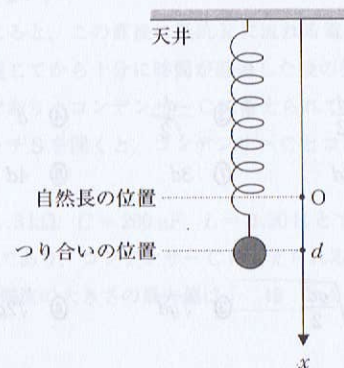


図 1