

け自国製品の価格を低くする効果があり、輸出面において、自由貿易を阻害する要因となる。

39. ④が不適。ドーハ・ラウンドは2011年に「交渉の継続を確認するが、近い将来の合意を断念する」という閣僚会合の発表があった。2012年に交渉の休止が宣言されたという事実はない。

40. ⑤が不適。この選択肢の記述はFTA(自由貿易協定)ではなく、EPA(経済連携協定)に関する記述である。

数学

I 解答

(1) 1-① 2-⑤ (2) 3-⑨ 4-⑩
(3) 5-⑨ 6-⑥ 7-④ 8-① 9-②

◀解 説▶

◀小問3問▶

(1) $2a-1+\frac{8}{a+1}=2(a+1)-3+\frac{8}{a+1}$ と変形する。

$a>0$ から $a+1>0$ なので、相加平均と相乗平均の大小関係により

$$\begin{aligned} 2(a+1)+\frac{8}{a+1} &\geq 2\sqrt{2(a+1)\cdot\frac{8}{a+1}} \\ &=2\sqrt{16} \\ &=8 \end{aligned}$$

が成立する。これを用いると

$$\begin{aligned} 2(a+1)+\frac{8}{a+1}-3 &\geq 8-3 \\ &=5 \end{aligned}$$

である。等号は、 $2(a+1)=\frac{8}{a+1}$ のとき、つまり

$$(a+1)^2=4$$

$$a+1=\pm 2$$

$$a=1, -3$$

$a>0$ より、 $a=1$ のとき成立する。

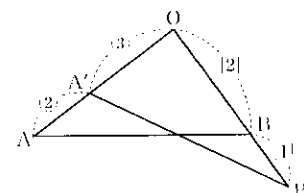
したがって、 $2a-1+\frac{8}{a+1}$ は $a=1$ のとき、最小値5をとる。→1・2

(2) $s\geq 0, t\geq 0, 5s+2t\leq 3$ より

$$\frac{5}{3}s\geq 0, \frac{2}{3}t\geq 0, \frac{5}{3}s+\frac{2}{3}t\leq 1$$

である。

$$\overrightarrow{OP}=s\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{OB}$$



$$= \frac{5}{3}s \cdot \left(\frac{3}{5}\overrightarrow{OA} \right) + \frac{2}{3}t \cdot \left(\frac{3}{2}\overrightarrow{OB} \right)$$

とし

$$\frac{5}{3}s = s', \quad \frac{3}{5}\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OA'}, \quad \frac{2}{3}t = t', \quad \frac{3}{2}\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OB'}$$

とおくと

$$\overrightarrow{OP} = s'\overrightarrow{OA'} + t'\overrightarrow{OB'},$$

$$s' \geq 0, \quad t' \geq 0, \quad s' + t' \leq 1$$

と書ける。

ここで、 $0 \leq k \leq 1$ である k を用いて、 $s' + t' = k$ とおく。

(i) $0 < k \leq 1$ のとき

$s' + t' = k$ より、 $\frac{s'}{k} + \frac{t'}{k} = 1$ である。

これと $\overrightarrow{OP} = \frac{s'}{k} \cdot (k\overrightarrow{OA'}) + \frac{t'}{k} \cdot (k\overrightarrow{OB'})$,

$\frac{s'}{k} \geq 0, \quad \frac{t'}{k} \geq 0$ と書けることから、点 P

の存在範囲は、 $k\overrightarrow{OA'}$ と $k\overrightarrow{OB'}$ の終点を結んでできる線分 $A'B'$ に平行な線分である。よって、 k の値が $0 < k \leq 1$ の範囲で変化すると、点 P は点 O を除く $\triangle OA'B'$ の周および内部を動く。

(ii) $k=0$ のとき

$s' \geq 0, \quad t' \geq 0$ より、 $s' + t' = 0$ のとき $s' = t' = 0$ であるから、 $\overrightarrow{OP} = \vec{0}$ より点 P は点 O と一致する。

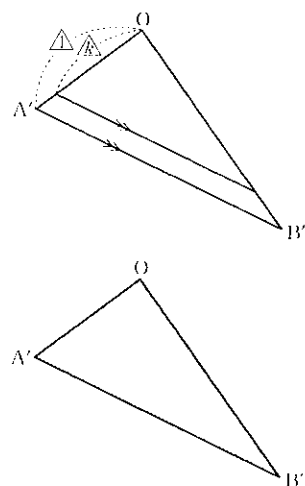
以上(i), (ii)より、点 P の動く範囲は $\triangle OA'B'$ の周および内部である。

$\angle AOB = \theta$ とすると

$$S_0 = \frac{1}{2}OA \cdot OB \cdot \sin \theta$$

$$S = \frac{1}{2}OA' \cdot OB' \cdot \sin \theta$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5}OA \cdot \frac{3}{2}OB \cdot \sin \theta$$



と表せるので

$$\begin{aligned} \frac{S}{S_0} &= \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5}OA \cdot \frac{3}{2}OB \cdot \sin \theta}{\frac{1}{2}OA \cdot OB \cdot \sin \theta} \\ &= \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 2} \\ &= \frac{9}{10} \rightarrow 3 \cdot 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad \cos \theta &= \frac{1}{\sqrt{6} - \sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{(\sqrt{6} - \sqrt{2})(\sqrt{6} + \sqrt{2})} \\ &= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$

であるから

$$\begin{aligned} \sin^2 \theta &= 1 - \cos^2 \theta \\ &= 1 - \left(\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \right)^2 \\ &= \frac{16 - (8 + 2\sqrt{12})}{16} \\ &= \frac{8 - 2\sqrt{12}}{16} \end{aligned}$$

である。

$0 < \theta < \pi$ より $\sin \theta > 0$ なので

$$\begin{aligned} \sin \theta &= \sqrt{\frac{8 - 2\sqrt{12}}{16}} \\ &= \sqrt{\frac{(\sqrt{6} - \sqrt{2})^2}{4^2}} \\ &= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \rightarrow 5 \sim 7 \end{aligned}$$

$\sin 2\theta = 2\sin \theta \cos \theta$ に $\sin \theta = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$, $\cos \theta = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ を代入して

$$\sin 2\theta = 2 \cdot \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \cdot \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

$$= 2 \cdot \frac{6-2}{16}$$

$$= \frac{1}{2} \rightarrow 8 \cdot 9$$

II

解答

(1) 10—(2) 11—(3) 12—(3) 13—(4) 14—(5) 15—(2)
 (2) 16—(2) 17—(6)

解説

《微分を含む等式、2つの放物線で囲まれた図形の面積》

(1) $\frac{d}{dx}\{f(x)-g(x)\}=-4(x+2)$ の両辺を x で積分すると

$$f(x)-g(x)=-2x^2-8x+C_1 \quad \cdots\cdots(1) \quad (C_1 \text{ は積分定数})$$

$\frac{d}{dx}\{-2f(x)+g(x)\}=11$ の両辺を x で積分すると

$$-2f(x)+g(x)=11x+C_2 \quad \cdots\cdots(2) \quad (C_2 \text{ は積分定数})$$

である。(1)+(2) より

$$-f(x)=-2x^2+3x+C_1+C_2$$

$$f(x)=2x^2-3x-C_1-C_2$$

ここで、 $f(2)=-1$ より

$$-1=2 \cdot 2^2-3 \cdot 2-C_1-C_2$$

$$C_1+C_2=8-6+1$$

$$=3$$

よって

$$f(x)=2x^2-3x-3 \rightarrow 10 \sim 12$$

これを(1)に代入して

$$2x^2-3x-3-g(x)=-2x^2-8x+C_1$$

$$g(x)=4x^2+5x-3-C_1$$

ここで、 $g(-1)=1$ より

$$1=4 \cdot (-1)^2+5 \cdot (-1)-3-C_1$$

$$C_1=4-5-3-1$$

$$=-5$$

よって

$$g(x)=4x^2+5x+2 \rightarrow 13 \sim 15$$

(2) $f(x)=g(x)$ とすると

$$2x^2-3x-3=4x^2+5x+2$$

$$2x^2+8x+5=0$$

$$x=\frac{-4 \pm \sqrt{6}}{2}$$

$$\alpha=\frac{-4-\sqrt{6}}{2}, \beta=\frac{-4+\sqrt{6}}{2} \text{ とする。}$$

$\alpha \leq x \leq \beta$ において、 $f(x) \geq g(x)$ なので、求める面積を S とすると

$$\begin{aligned} S &= \int_{\alpha}^{\beta} \{f(x)-g(x)\} dx \\ &= \int_{\alpha}^{\beta} \{(2x^2-3x-3)-(4x^2+5x+2)\} dx \\ &= \int_{\alpha}^{\beta} (-2x^2-8x-5) dx \\ &= \int_{\alpha}^{\beta} \{-2(x-\alpha)(x-\beta)\} dx \\ &= -2 \cdot \left\{ -\frac{1}{6}(\beta-\alpha)^3 \right\} \\ &= \frac{1}{3}(\beta-\alpha)^3 \end{aligned}$$

これに $\alpha=\frac{-4-\sqrt{6}}{2}, \beta=\frac{-4+\sqrt{6}}{2}$ を代入して

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{-4+\sqrt{6}}{2} - \frac{-4-\sqrt{6}}{2} \right)^3 \\ &= \frac{1}{3} \cdot (\sqrt{6})^3 \\ &= 2\sqrt{6} \rightarrow 16 \cdot 17 \end{aligned}$$

III 解答

(1) 18—③ 19—⑦ (2) 20—⑧ 21—⑩

(3) 22—⑥ 23—⑩ (4) 24—② 25—⑨

◀ 解 説 ▶

◀箱から3色の玉を取り出す確率▶

すべての玉を区別して考えると、箱の中の玉の個数にかかわらず、箱に残っている玉の取り出し方は同様に確からしい。

白玉を取り出す事象を W 、赤玉を取り出す事象を R 、青玉を取り出す事象を B とする。白玉、赤玉の順に取り出す事象を WR のように書く。

(1) WW と RR の取り出し方が考えられる。

$$WW \text{ と取り出す確率は } \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{30}$$

$$RR \text{ と取り出す確率は } \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{30}$$

これらの事象は互いに排反なので、求める確率は

$$\frac{6+2}{30} = \frac{4}{15} \rightarrow 18 \cdot 19$$

(2) 取り出す玉の個数で場合分けをする。

(i) 玉を3個取り出すとき

RWW , BWW , WRR , BRR の取り出し方が考えられる。

$$RWW \text{ と取り出す確率は } \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{12}{120}$$

$$BWW \text{ と取り出す確率は } \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{6}{120}$$

$$WRR \text{ と取り出す確率は } \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{6}{120}$$

$$BRR \text{ と取り出す確率は } \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{120}$$

これらの事象は互いに排反なので、この場合の確率は

$$\begin{aligned} \frac{12}{120} + \frac{6}{120} + \frac{6}{120} + \frac{2}{120} &= \frac{12+6+6+2}{120} \\ &= \frac{26}{120} \\ &= \frac{13}{60} \end{aligned}$$

(ii) 玉を4個取り出すとき

$WRWW$, $WBWW$ の取り出し方が考えられる。

$$WRWW \text{ と取り出す確率は } \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{60}$$

$$WBWW \text{ と取り出す確率は } \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{60}$$

これらの事象は互いに排反なので、この場合の確率は

$$\begin{aligned} \frac{2}{60} + \frac{1}{60} &= \frac{3}{60} \\ &= \frac{1}{20} \end{aligned}$$

(iii) 玉を5個取り出すとき

$RWRWW$ の取り出し方が考えられるので、この場合の確率は

$$\frac{2}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{60}$$

以上(i)~(iii)の事象は互いに排反なので、求める確率は

$$\begin{aligned} \frac{13}{60} + \frac{1}{20} + \frac{1}{60} &= \frac{13+3+1}{60} \\ &= \frac{17}{60} \rightarrow 20 \cdot 21 \end{aligned}$$

(3) 取り出した玉の色は2色なので、(2)(i)より、求める確率は

$$\frac{13}{60} \rightarrow 22 \cdot 23$$

(4) 全部で4個取り出す場合、 $WRWW$, $BRWW$, $WBWW$, $RBWW$, $WBRR$, $BWRR$ の取り出し方が考えられる。

$$WRWW \text{ と取り出す確率は } \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{60}$$

$$BRWW \text{ と取り出す確率は } \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{60}$$

$$WBWW \text{ と取り出す確率は } \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{60}$$

$$RBWW \text{ と取り出す確率は } \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{60}$$

$$WBRR \text{ と取り出す確率は } \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{60}$$

$$BWRR \text{ と取り出す確率は } \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{60}$$

これらの事象は互いに排反なので、求める確率は

$$\begin{aligned} \frac{2+2+1+2+1+1}{60} &= \frac{9}{60} \\ &= \frac{3}{20} \rightarrow 24 \cdot 25 \end{aligned}$$

IV 解答

(1) 26—② 27—② 28—③

(2) 29—④ 30—④ 31—② (3) 32—⑨

◀ 解 説 ▶

《等差数列の和と2次不等式》

(1) 数列 $\{a_n\}$ の初項を a 、公差を d とおく。 $a_{10}=22$ 、 $a_{39}=80$ より

$$\begin{cases} a+9d=22 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ a+38d=80 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

②—① より

$$29d=58$$

$$d=2$$

これを①に代入して

$$a+18=22$$

$$a=4$$

である。よって

$$\begin{aligned} a_n &= 4+2(n-1) \\ &= 2n+2 \rightarrow 26 \cdot 27 \end{aligned}$$

また

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n a_k &= \sum_{k=1}^n (2k+2) \\ &= 2 \sum_{k=1}^n k + \sum_{k=1}^n 2 \\ &= 2 \cdot \frac{n(n+1)}{2} + 2n \\ &= n^2+3n \\ &= n(n+3) \rightarrow 28 \end{aligned}$$

別解 数列 $\{a_n\}$ は等差数列であるから、 a_{10} に公差の 29 倍を加えると a_{39} となる。よって

$$a_{10}+29d=a_{39}$$

$$29d=80-22$$

$$d=2$$

これを $a+9d=22$ に代入して $a=4$

よって $a_n=2n+2$

また、 $\sum_{k=1}^n a_k$ は初項 4、末項 $2n+2$ 、項数 n の等差数列の和であるから

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n a_k &= \frac{(4+2n+2)n}{2} \\ &= (2+n+1)n \\ &= n(n+3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad b_1 &= \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} \\ &= \frac{1}{4} - \frac{1}{6} \\ &= \frac{1}{12} \rightarrow 29 \end{aligned}$$

また

$$a_{2n-1}=2(2n-1)+2=4n$$

$$a_{2n}=2 \cdot 2n+2=2(2n+1) \quad (n=1, 2, 3, \cdots)$$

であるから

$$\begin{aligned} b_n &= \frac{1}{a_{2n-1}} - \frac{1}{a_{2n}} \\ &= \frac{1}{4n} - \frac{1}{2(2n+1)} \\ &= \frac{2n+1}{4n(2n+1)} - \frac{2n}{4n(2n+1)} \\ &= \frac{1}{4n(2n+1)} \rightarrow 30 \cdot 31 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad \frac{1}{b_n} - \frac{225}{b_1} &= 1 \div b_n - 225 \div b_1 \\ &= 4n(2n+1) - 225 \cdot 12 \end{aligned}$$

なので、 $\frac{1}{b_n} - \frac{225}{b_1} > 4 \sum_{k=1}^n a_k$ は

$$4n(2n+1) - 225 \cdot 12 > 4 \sum_{k=1}^n a_k \quad \cdots \cdots (3)$$

と書ける。(1)より $\sum_{k=1}^n a_k = n(n+3)$ なので、(3)の両辺を 4 で割ると

$$n(2n+1) - 225 \cdot 3 > n(n+3)$$

$$2n^2 + n - 15^2 \cdot 3 > n^2 + 3n$$

$$n^2 - 2n - 25 \cdot 27 > 0$$

$$(n-27)(n+25) > 0$$

より、 $n < -25$, $27 < n$ である。

よって、 $\frac{1}{b_n} - \frac{225}{b_1} > 4 \sum_{k=1}^n a_k$ を満たす自然数 n の最小値は、28 である。

→ 32

物理

I 解答

- 1—③ 2—① 3—⑥ 4—④ 5—⑧ 6—②
7—④ 8—③ 9—⑦ 10—④ 11—③ 12—①
13—② 14—① 15—① 16—①

◀ 解 説 ▶

《熱放射、ホイヘンスの原理》

1～6. 鉄を熱して温度を 500°C 程度にすると、暗赤色の光が発生し、さらに温度を上げると赤色から黄色へ変わり、 1300°C 以上になると白色となる。また、物体が光や赤外線などの電磁波を放出することによってエネルギーが伝わる現象を熱放射という。放射される電磁波が他の物体に当たると、物体に吸収された電磁波のエネルギーが熱運動のエネルギーになるので物体の温度が上がる。

7・8. 波が伝わる時、ある時刻において位相の等しい点を連続的につないでできる面を波面という。波面に垂直に引いた線（波の進む方向を示す線）を射線という。

9～12. ある瞬間における波面上の各点から球面の球面波が広がっていると考えられる。この球面波を素元波という。ある時刻の波面から出た素元波に共通に接する面を包絡面といい、この包絡面が新しい時刻の波面になる。このような波の伝わり方をホイヘンスの原理という。

13～16. 音波は常に音速の小さい側に屈折しながら進む性質がある。気温が高いほど音速は大きいので、よく晴れた冬の夜間のように上空に行くほど高温の場合、上空に向かってある角度で発せられた音は地面に向かう方向に屈折する。このため、少し離れた場所から発せられた音がより聞こえやすくなる。