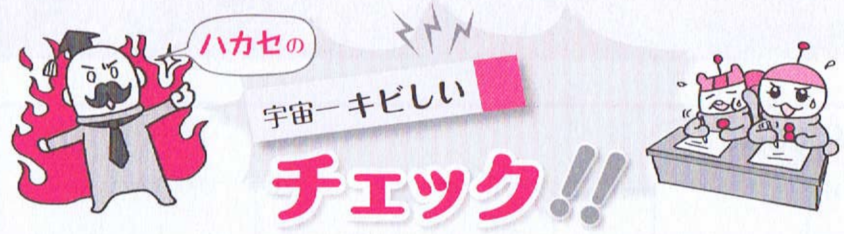


理解できたものに，☑チェックをつけよう。

- ☐ 電荷が移動しコンデンサー間に電圧が生じる様子をイメージできる。
- ☐ $Q=CV$，$V=Ed$，$C=\varepsilon\dfrac{S}{d}$ の3式を使いこなせる。
- ☐ 回路の独立部分では電気量の総和は不変であることを理解した。
- ☐ コンデンサーの並列接続および直列接続の合成容量を，導きかたも含めて理解した。
- ☐ コンデンサーの静電エネルギーを3通りで表せる。
- ☐ 「電源のした仕事＝静電エネルギーの変化＋発生したジュール熱」の関係を理解し，間接的にジュール熱を求めることができる。
- ☐ コンデンサーに金属板を挿入すると極板間距離が金属板の厚み分だけ縮まると考えることができる。
- ☐ 比誘電率と誘電率の関係を覚えた。
- ☐ 極板に外から力を加える場合「電源のした仕事＋外力のした仕事＝静電エネルギーの変化＋発生したジュール熱」の関係から，外力のした仕事も含めたエネルギーのやり取りを考えることができる。

Chapter

5

コンデンサー

Chapter

5 コンデンサー

はじめに

Chapter 5はコンデンサーについて学んでいきます。

コンデンサーとは，金属板2枚を向かい合わせた簡単な装置です。
それを電源につなぐと，電荷が金属板（極板）に蓄えられます。
この，“電荷を蓄えられる”というのがコンデンサーの特徴です。

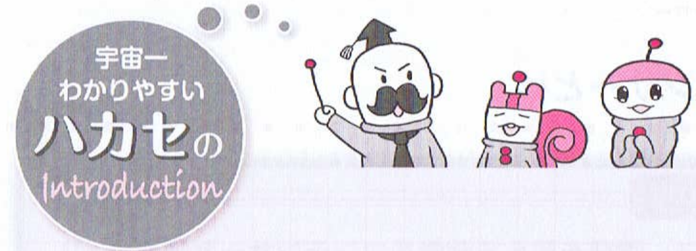
回路用図記号は電源と似ていますが，電源は正極を長く，負極を短くするのに対してコンデンサーはどちらも同じ長さでかきますので，注意してください。

「コンデンサーがわからない！」という人は，公式だけ理解しようとして，実際に回路で何が起きているかがイメージできていないのだと思います。

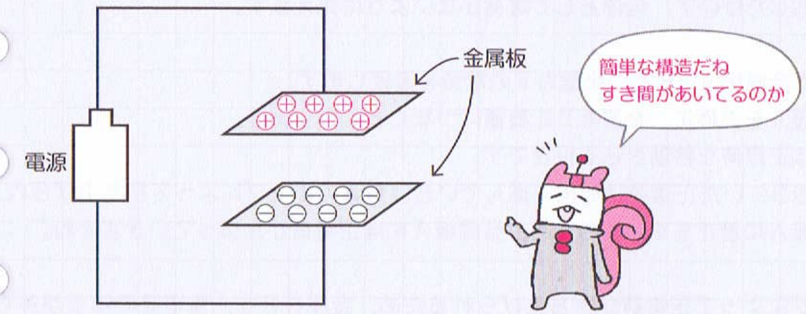
コンデンサー回路で起こっていること，それは「電荷の移動」です。
「電荷の移動」をイメージしやすいように説明していきますね。

この章で勉強すること

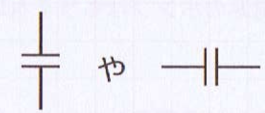
まず，コンデンサーの基本的な性質を学び，コンデンサーがどんなものかを明確にイメージできるようにします。
さらに，誘電率やコンデンサーの静電エネルギーを勉強し，コンデンサーの合成や導体，誘電体の挿入など，ややこしい内容もていねいに説明していきます。

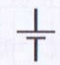


コンデンサー …金属板 2 枚を向かい合わせた装置。
電源につなぐと電荷が蓄えられる。



回路用図記号では…



ちなみに電源は 

コンデンサーを学ぶうえで大事なのは
電荷の移動をイメージすること！

5-1 コンデンサーとは

ココをおさえよう！

2枚の極板からなる，電荷を蓄える装置をコンデンサーと呼ぶ。

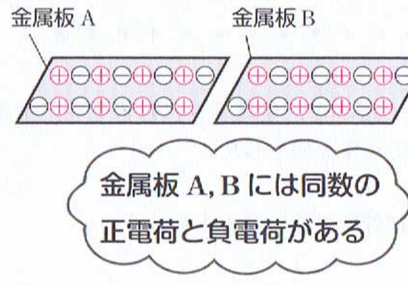
2枚の金属板A，Bを用意します。
金属板は電荷の集まる広場のようなイメージです。この広場には，正電荷と負電荷が同じだけいて，全体として電荷がないように見えます。

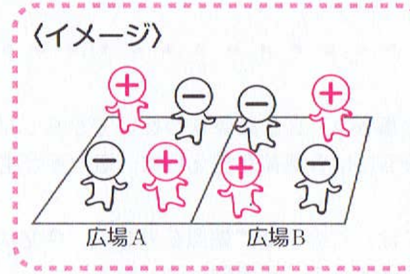
ここで金属板A，Bと，起電力Vの電源を接続します。
金属板Aを正極に，金属板Bを負極につなぐとしましょう。
電源は正電荷を移動させる役目です。
金属板Bにいた正電荷は導線を進んでいき，電源のポンプによって持ち上げられ，金属板Aに着きます。そのため，金属板Aには正電荷がたまっていきますね。

ポンプによって正電荷が持ち上げられるため，金属板Bは，負電荷のほうが多くなり負に帯電します。
このため，AとBに蓄えられる電気量の大きさは必ず同じになるのです。
やがて，AとBの電位差がVとなると，電源のポンプはもうそれ以上正電荷を持ち上げることができません。

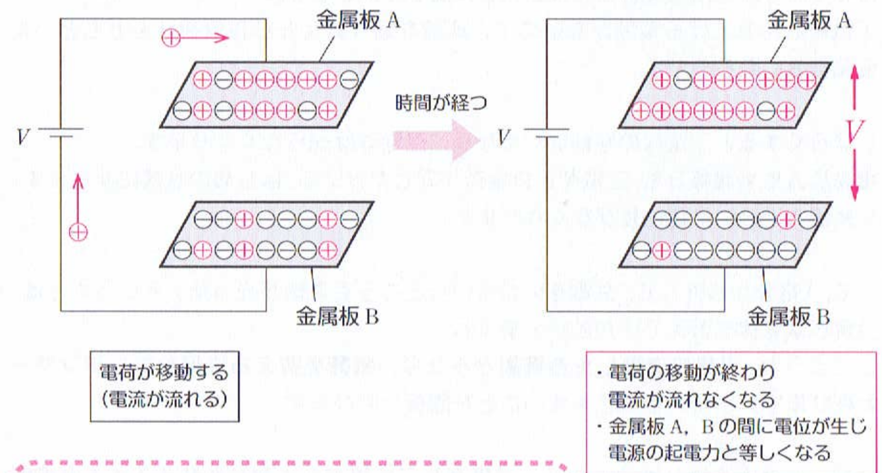
その結果，金属板Aには正電荷，金属板Bには負電荷がたまり，**金属板AとBの間に一様な電場が生じます**。
電場（坂）があるということは，電位差（高さ）も生じています（p.76～79）。
電源につないでから十分な時間が経ったあと，金属板AとBの間の電位差は，電源の起電力と等しくなります。
金属板AとBの広場は，最初は高低差がなかったのですが，電荷が蓄えられることで高低差が生じてしまう不思議な広場なのです。

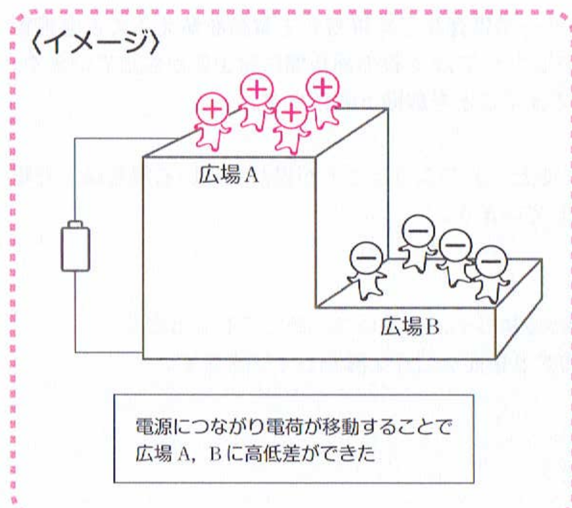
補足 金属板に電源をつなぐと，最初は電流が流れます（電荷が移動します）が，時間が経つと金属板に電荷がいっぱいになり，電流は流れなくなります（電荷の移動がなくなります）。「抵抗をつないだときとは違って，ずっと電流が流れるわけではない」ということを理解しましょう。





金属板A，Bを電源につなぐと…





金属板A，Bと電源をつないでからしばらく経つと，金属板Aには正電荷，金属板Bには負電荷が蓄えられ，電位差が生じてしまうのでした。

では，この状態で電源を外して，今度は豆電球をつないでみましょう。
そうすると，豆電球は光ります。
広場Aにいた正電荷たちが，坂をすべってタービンを回し豆電球を光らせたのです（p.99）。
坂をすべり終えた正電荷たちは広場Bに戻っていきます。
正電荷を持ち上げる電源がないので，導線を通り終えたら正電荷はもともといた金属板Bに戻るのです。

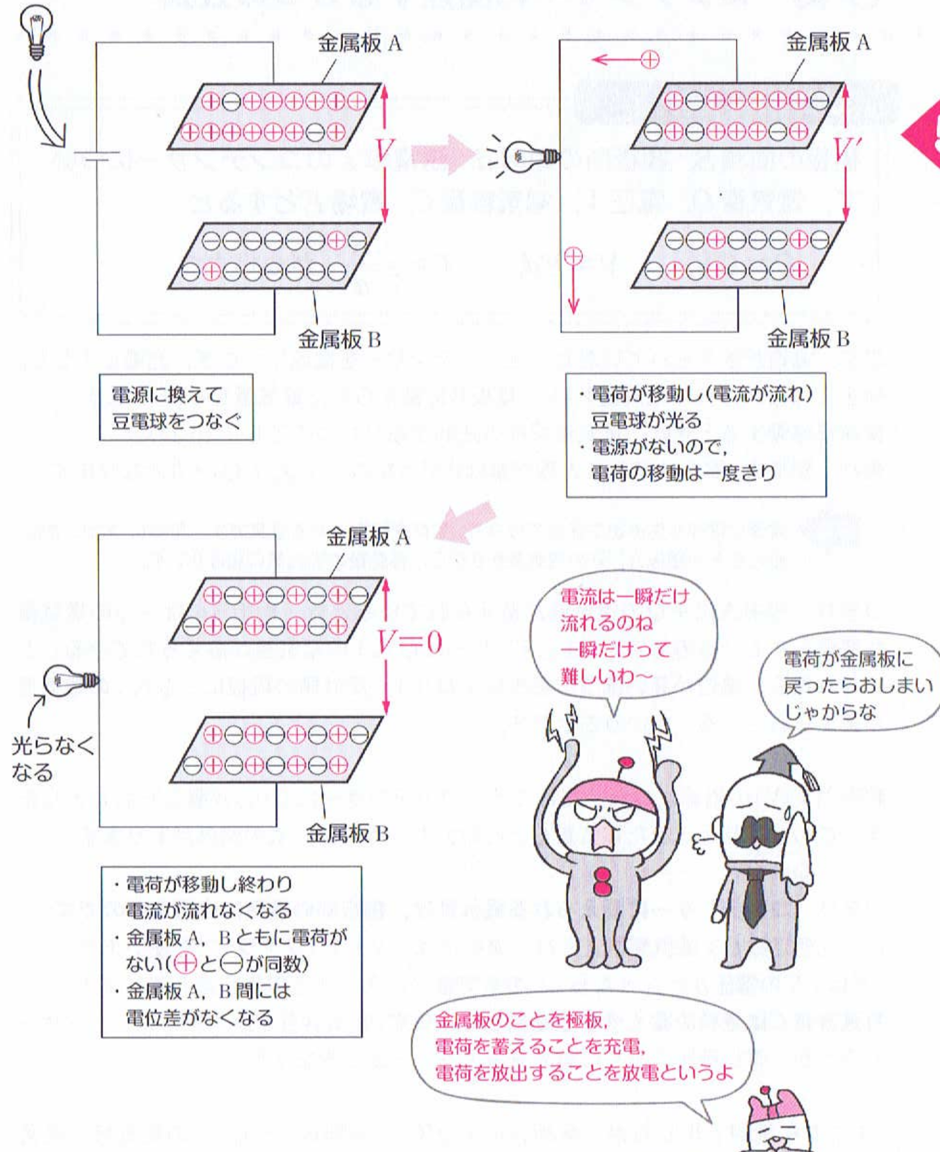
しばらくすると，電荷の移動はなくなり，豆電球は光らなくなります。
金属板Aも金属板Bも，正電荷と負電荷が同じだけいる，はじめの状態に戻ります。
金属板AとBには電位差がなくなります。

さて，「電源から外して，豆電球につないだところ豆電球が光った」ということは，金属板は電荷を蓄えていたといえますね。
このような，**2枚の近接した金属板からなり，電荷を蓄える装置をコンデンサーと呼びます**。また，この金属板のことを**極板**と呼びます。

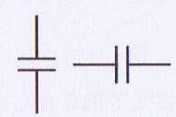
前ページのように，コンデンサーに電源などを接続して電荷を蓄えることを**充電**と呼びます。充電されたコンデンサーでは，2枚の極板間に電位差が生じています。
また，蓄えた電荷を電流として流すことを**放電**と呼びます。

問題などで，「しばらく経ったあと…」のようなことが書かれている場合は，充電や放電が終わったことを意味しています。

コンデンサーにおける，電荷の移動のイメージがつかめたでしょうか？
p.154からはコンデンサーに関する重要な公式を解説していきます。



コンデンサー：金属板を向かい合わせた装置。
電源につなぐと電荷を蓄えられる。



5-2 コンデンサーに関連する３つの公式

ココをおさえよう！

> 極板の面積 S，極板間の距離 d，誘電率 ε のコンデンサーについて，電気量 Q，電圧 V，電気容量 C，電場 E とすると
>
> $Q=CV$，　$V=Ed$，　$C=\varepsilon\dfrac{S}{d}$　が成り立つ。

最初，電荷が蓄えられていなかったコンデンサーを電源につなぎ，充電しました。極板Aに蓄えられた電気量を Q_A，極板Bに蓄えられた電気量を Q_B とします。
電荷が移動するときは，電気量保存の法則が成り立つのでした (p.24)。
最初，極板A，B全体でみると電気量は0だったので，$Q_A+Q_B=0$ となります。

補足 電源は電荷を生み出す道具ではなく，電荷を移動させる道具です。電源につないでも，もともとの極板A，Bの電気量が0なら，移動後の電気量の和は0です。

つまり，極板Aに $+Q$ の電気量が蓄えられているとき，極板Bには $-Q$ の電気量が蓄えられているのです。「コンデンサーに Q〔C〕の電気量が蓄えられている」といわれたら，電位が高いほうの極板に $+Q$〔C〕，反対側の極板に $-Q$〔C〕の電気量が蓄えられている，ということです。

起電力 V〔V〕の電源につないだところ，コンデンサーに Q〔C〕が蓄えられたとします。このとき蓄えられた電気量 Q と起電力 V の間には，次の関係があります。

$Q=CV$ ……①

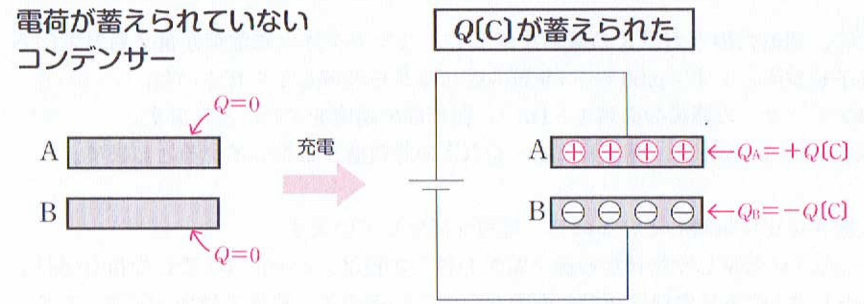
つまり，**コンデンサーに蓄えられる電気量は，極板間の電圧に比例するのです。**
この比例定数 C を**電気容量**と呼び，単位には C/V＝F（**ファラド**）を使います。
1 Fは1 Vの電圧がかかったら1 Cの電気量が蓄えられる電気容量を表します。
電気容量 C は電荷の蓄えやすさを表しています。電気容量 C が大きいコンデンサーのほうが，同じ電圧で多くの電荷を蓄えることができますね。

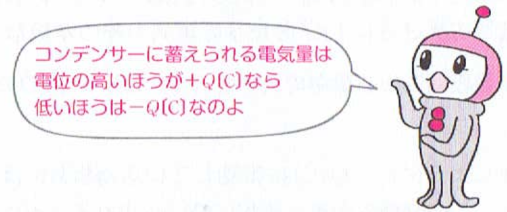
p.150でも説明しましたが，極板Aに $+Q$〔C〕，極板Bに $-Q$〔C〕の電気量が蓄えられているとき，極板間には一様な電場ができますね。その電場の大きさを E〔V/m〕とします。極板間の距離を d〔m〕とすると，極板間の電圧 V〔V〕について以下の式が成り立つのでしたね。

$V=Ed$ ……②

これはChapter 3で学んだ内容ですが，とても大事なのでおさえておきましょう。

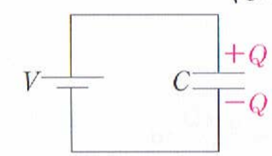
コンデンサーの電荷の蓄えられかた

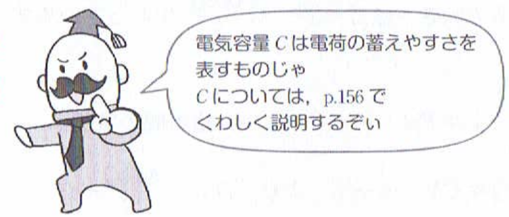




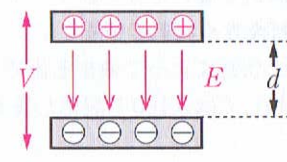
コンデンサーに関連する３つの公式

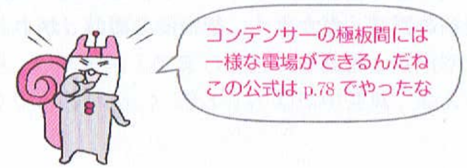
① $Q=CV$　（Q：電気量〔C〕，V：極板間の電圧〔V〕／ C：電気容量〔C/V＝F（ファラド）〕）





② $V=Ed$　（V：極板間の電圧〔V〕，E：極板間の電場の大きさ〔V/m〕／ d：極板間の距離〔m〕）





次に，電気力線とガウスの法則を使って，コンデンサーに電荷が蓄えられている様子を説明します。p.60～65を読み返しながら理解してくださいね。
コンデンサーの極板の面積をS〔m^2〕，極板間の距離をd〔m〕とします。
極板Aには$+Q$〔C〕，極板Bには$-Q$〔C〕の電気量が帯電しているとします。

極板Aは正に帯電しているので，電場が発生しています。
$+Q$〔C〕に帯電した物体から出る電気力線の本数は，$4\pi kQ$〔本〕でしたね（p.64）。
$4\pi kQ$〔本〕の電気力線は極板の両面から出ているので，片面では$2\pi kQ$〔本〕です。
電場の大きさは1 m^{2}あたりの電気力線の本数なので，$+Q$〔C〕に帯電した極板Aが極板間に作る電場の大きさE'は　$E'=2\pi kQ\div S=\dfrac{2\pi kQ}{S}$

同じように，$-Q$〔C〕に帯電している極板Bには大きさE'の電場が生じていますが，この電場の向きは極板に吸い込まれるような向きになっています。

コンデンサーはこの2枚の極板を平行に並べたものになっていますね。
このとき，コンデンサーの外側では，電場が打ち消し合ってなくなってしまいます。
一方，極板の間では，電場の向きが同じなので強め合いますね。
この電場の大きさは$E=2E'=\dfrac{4\pi kQ}{S}$になっています。

ここで　$V=Ed$ ……②　より，極板間の電圧は　$V=\dfrac{4\pi kQ}{S}\cdot d$

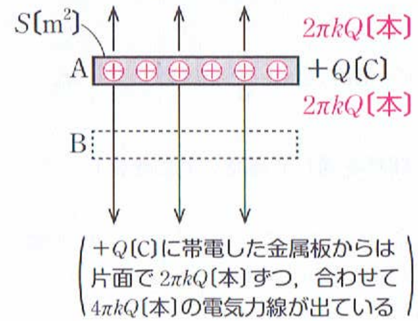
また　$Q=CV$ ……①　より　$Q=C\dfrac{4\pi kQ}{S}\cdot d$　　$C=\dfrac{1}{4\pi k}\cdot\dfrac{S}{d}$

$\dfrac{1}{4\pi k}$は極板に関係なく値が決まっている定数なので，$\dfrac{1}{4\pi k}=\varepsilon$〔F/m〕とすると

$C=\varepsilon\dfrac{S}{d}$ ……③

電気容量は極板の面積に比例し，極板間の距離に反比例することがわかりますね。
極板の面積Sが大きく，極板間の距離dが小さいほど大きくなるのです。
比例定数εを**誘電率**と呼びます。誘電率は，極板間の状態によって決まる値です。
例えば，真空中では$\varepsilon_0=8.85\times10^{-12}$ F/mです。くわしくはp.190で説明します。

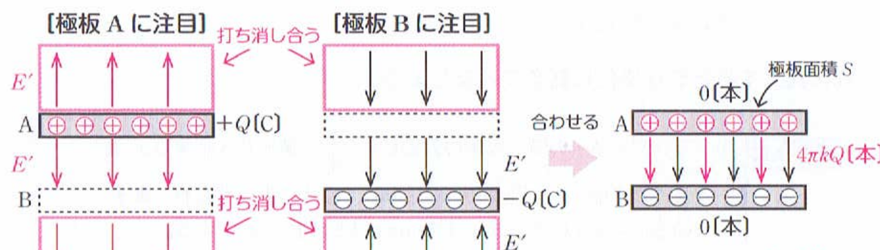
ガウスの法則とコンデンサー



極板面積がS〔m^2〕のとき
極板Aが作る
電場の大きさE'は

$$E'=\frac{2\pi kQ}{S}$$

5



$$E=2E'=\frac{4\pi kQ}{S}$$

コンデンサーに関連する3つの公式（3つめ）

$V=Ed$より　$V=\dfrac{4\pi kQ}{S}\cdot d$

$Q=CV$より　$Q=C\dfrac{4\pi kQ}{S}\cdot d \Rightarrow C=\dfrac{1}{4\pi k}\cdot\dfrac{S}{d}$

$\dfrac{1}{4\pi k}=\varepsilon$とおいて

③　$C=\varepsilon\dfrac{S}{d}$　（ε：誘電率〔F/m〕，S：極板面積〔m^2〕
d：極板間距離〔m〕）

さて，p.154～157では3つの公式 $Q=CV$，$V=Ed$，$C=\varepsilon\dfrac{S}{d}$ を説明しました。

この3つの公式はとても重要です。

回路中のコンデンサーについて説明する前に，問題を通して確認しておきましょう。

問5-1 極板の面積が10 cm^2，極板間の距離が1.5 mmのコンデンサーがある。以下の問いに答えよ。ただし，誘電率を $\varepsilon=8.85\times10^{-12}$ F/mとする。

(1) このコンデンサーの電気容量はいくらか。

(2) このコンデンサーに電源を接続し，極板間の電圧が3.0 Vになった。このとき，コンデンサーに蓄えられている電気量はいくらか。また，極板間の電場の大きさはいくらか。

公式に代入するときは単位に気をつけましょう。

解きかた

(1) コンデンサーの電気容量の公式 $C=\varepsilon\dfrac{S}{d}$ に値を代入しましょう。

公式の単位は S〔m^2〕，d〔m〕なので，これに単位を合わせます。

10 cm^2 = 1.0×10^{-3} m^2，1.5 mm = 1.5×10^{-3} mですね。

よって $C=\varepsilon\dfrac{S}{d}=\dfrac{8.85\times10^{-12}\times1.0\times10^{-3}}{1.5\times10^{-3}}$

$=\mathbf{5.9\times10^{-12}}$ **〔F〕** …答

(2) 電気量の公式 $Q=CV$ に値を代入しましょう。

$Q=CV=5.9\times10^{-12}\times3.0=17.7\times10^{-12}$

$\fallingdotseq\mathbf{1.8\times10^{-11}}$ **〔C〕** …答

電場については $V=Ed$ を変形して

$E=\dfrac{V}{d}=\dfrac{3.0}{1.5\times10^{-3}}=\mathbf{2.0\times10^{3}}$ **〔V/m〕** …答

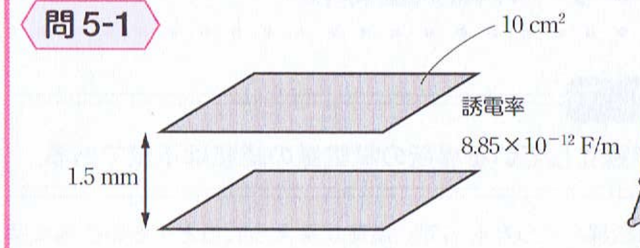
3つの公式を使う問題でした。それぞれ覚えて使えるようにしましょう。

多くのコンデンサーの電気容量はとても小さい値になっています。

そのため，電気容量を表すときに，μF（マイクロファラド）やnF（ナノファラド），pF（ピコファラド）を使う場合もあります。

1 μF $=10^{-6}$ F，1 nF $=10^{-9}$ F，1 pF $=10^{-12}$ Fですので覚えておきましょう。

問5-1



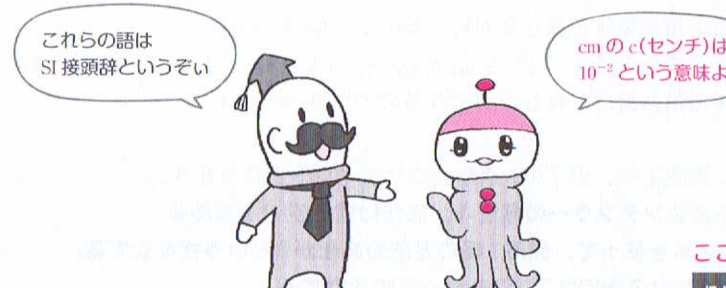
(1) $C=\varepsilon\dfrac{S}{d}=\dfrac{8.85\times10^{-12}\times1.0\times10^{-3}}{1.5\times10^{-3}}=\mathbf{5.9\times10^{-12}}$ **〔F〕** …答

(2) $Q=CV=5.9\times10^{-12}\times3.0\fallingdotseq\mathbf{1.8\times10^{-11}}$ **〔C〕** …答

$E=\dfrac{V}{d}=\dfrac{3.0}{1.5\times10^{-3}}=\mathbf{2.0\times10^{3}}$ **〔V/m〕** …答

〈単位の前につける語の一覧〉

10^n	記号	読みかた	10^n	記号	読みかた
10^{12}	T	テラ	10^{-3}	m	ミリ
10^{9}	G	ギガ	10^{-6}	μ	マイクロ
10^{6}	M	メガ	10^{-9}	n	ナノ
10^{3}	k	キロ	10^{-12}	p	ピコ



ここまでやったら
別冊 P. 26へ

5-3 コンデンサーの電気量保存

ココをおさえよう！

コンデンサー内で独立している場所の電気量の総和は不変である。

コンデンサーの極板は広場のようなもので，電荷が蓄えられると，その広場には高低差（電位差）が生じるのでした。
電荷が蓄えられたコンデンサーは，崖のようになっていると考えましょう。
電荷の蓄えられたコンデンサーの崖は，急すぎて危険なので，電荷は極板から極板へ飛び移ることはできません。ですので，電荷の移動は導線に沿って行われます。
極板間をジャンプするように電荷は移動できないのです。

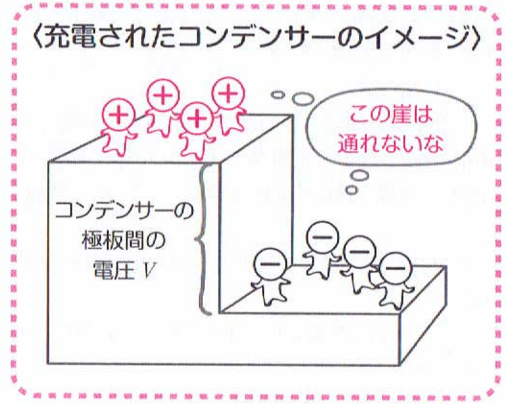
右ページのように，5Cの電荷が蓄えられているコンデンサーC_1，2Cの電荷が蓄えられているコンデンサーC_2の2つのコンデンサーを回路につなぐ場合を考えます。
スイッチを入れると，電源とつながるので電荷の移動が行われますね。

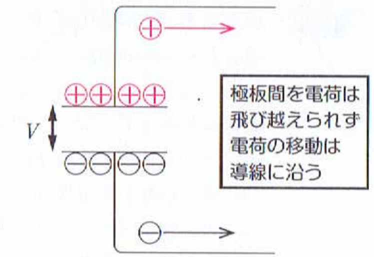
しかし，**極板間をジャンプするように電荷は移動できないのでした。**
極板Bと極板Cは導線でつながれていますが，その先には移動できません。
そのため，**極板Bと極板Cの間に取り残された電荷の電気量は不変なのです。**
もともと，C_1の極板Bには－5Cが帯電し，C_2の極板Cには＋2Cが帯電していましたので極板Bと極板Cの電気量の総和は－5C＋2C＝－3Cで変わりません。
このように，**回路内で独立した極板の電気量の総和は不変となります。**

スイッチを入れてしばらくしてから，極板Aに蓄えられた電気量が＋7Cになったとします。
このとき，極板B，C，Dに蓄えられた電気量Q_B，Q_C，Q_Dは次のように求められます。
向かい合う極板の電気量は正負が反対になるので　$Q_B = -7\,C$
電気量の総和が不変なので　$-3\,C = Q_B + Q_C = -7\,C + Q_C$　よって　$Q_C = +4\,C$
向かい合う極板の電気量は正負が反対になるので　$Q_D = -4\,C$

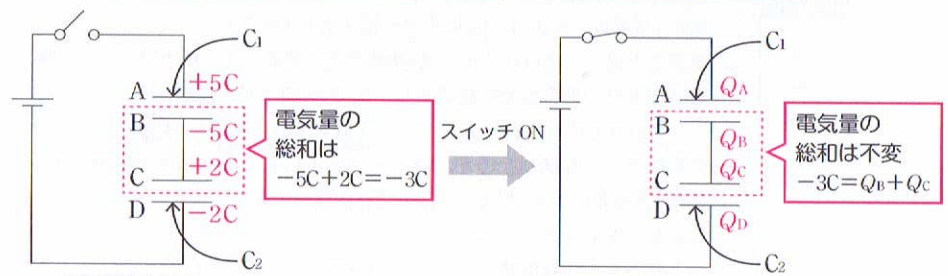
コンデンサーの問題では，以下の3点が大切なポイントとなります。
- **$Q=CV$から各コンデンサーの電圧V，または電気量Qを求める。**
- **電圧1周0ルールを使って，回路1周の電圧の変化が0という式を立てる。**
- **“独立部分の電気量の総和は不変”を使って式を立てる。**

5

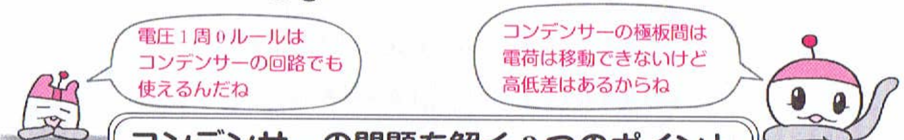




回路内で独立した極板の電気量の総和は不変



もし$Q_A=+7C$とすると
$Q_B=-7C$
$Q_C=+4C$　$(Q_B+Q_C=-3C)$
$Q_D=-4C$



コンデンサーの問題を解く3つのポイント
- $Q=CV$から，VやQを求める。
- 電圧1周0ルールで電圧の変化が0という式を立てる。
- “独立部分の電気量の総和は不変”を使って式を立てる。

問5-2 電気容量が $C=3.0\ \mu\mathrm{F}$ のコンデンサー C_1 と $2C=6.0\ \mu\mathrm{F}$ のコンデンサー C_2 がある。右ページの図のように，起電力が $V=5.0\ \mathrm{V}$ の電源とスイッチ S_1，S_2 をつなげた。以下の問いに答えよ。ただし，電源に接続する前はコンデンサー C_1，C_2 に電荷はたまっていないとする。

(1) スイッチ S_1 だけを閉じた。十分に時間が経過したあとのコンデンサー C_1 に蓄えられた電気量はいくらか。

(2) その後，スイッチ S_1 を開き，スイッチ S_2 を閉じた。十分に時間が経過したあとのコンデンサー C_1，C_2 の電気量はいくらか。

それぞれの状態での電荷の様子を図にかいて確認していきましょう。

解きかた

(1) S_1 だけを閉じたので，電源と C_1 だけをつないだ回路になります。
電圧1周0ルールより，C_1 にかかる電圧は5.0 Vです。
電源で上がった電位がすべて，C_1 の崖の高さになっているということです。
コンデンサーの電気量の公式より，$1\ \mu\mathrm{F}=10^{-6}\ \mathrm{F}$ に注意して

$$Q=CV=3.0\times10^{-6}\times5.0=\underline{1.5\times10^{-5}\ \text{〔C〕}}\ \cdots 答$$

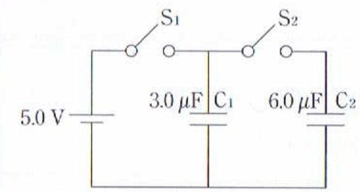
(2) S_1 を開き，S_2 を閉じたので，コンデンサー C_1 と C_2 をつないだ回路です。
電圧1周0ルールより，C_1 と C_2 の電圧が等しくなります。
この電圧を V' としましょう。
コンデンサーの電気量の公式より，$Q_1=CV'$，$Q_2=2CV'$ となりますね。
ここで，"独立部分の電気量の総和は不変"のルールを使います。
独立部分は，右ページの赤い点線と黒い点線で囲った部分です。
極板間を電荷は飛び越えられないので，電荷はその範囲しか動けませんね。
S_2 を閉じる前は C_1 には $Q=CV$ の電気量が蓄えられていますが，C_2 には電荷がありません。
閉じたあとはそれぞれ $Q_1=CV'$，$Q_2=2CV'$ の電気量が蓄えられているのでした。
ここから，$\boldsymbol{CV+0=CV'+2CV'}$ となりますね。
これを変形すると，$V'=\dfrac{1}{3}V$ となります。

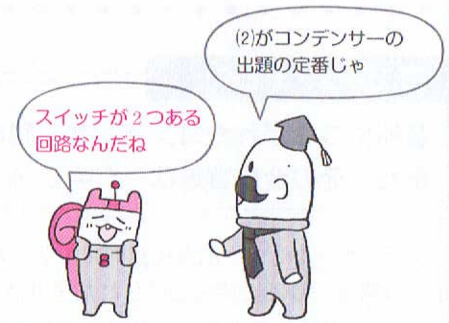
よって

$$Q_1=CV'=\frac{1}{3}CV=\frac{1}{3}Q=\frac{1}{3}\times1.5\times10^{-5}=\underline{5.0\times10^{-6}\ \text{〔C〕}}\ \cdots 答$$

$$Q_2=2CV'=\frac{2}{3}CV=\frac{2}{3}Q=\frac{2}{3}\times1.5\times10^{-5}=\underline{1.0\times10^{-5}\ \text{〔C〕}}\ \cdots 答$$

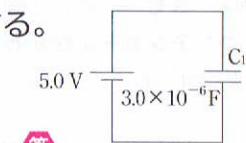
問 5-2

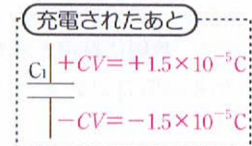




(1) $C=3.0\times10^{-6}\ \mathrm{F}$ とする。

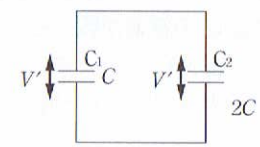
$$Q=CV$$
$$=3.0\times10^{-6}\times5.0$$
$$=\underline{1.5\times10^{-5}\ \text{〔C〕}}\ \cdots 答$$

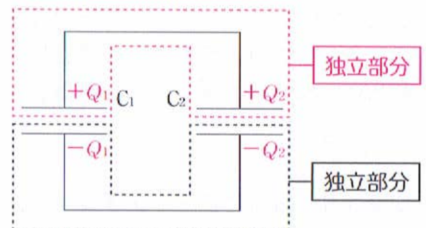




(2) 電圧1周0ルールより C_1，C_2 の電圧は同じになるので V' とすると

$$Q_1=CV',\quad Q_2=2CV'$$





左図の赤い点線部分で"独立部分の電気量の総和は不変"のルールを使って

$$+CV+0=+Q_1+Q_2$$
$$=+CV'+2CV'$$
$$V'=\frac{1}{3}V$$

（黒い点線で囲まれた部分で式を作ると
$-CV+0=-Q_1+(-Q_2)$
となり，同じ式になる）

よって　$Q_1=CV'=\dfrac{1}{3}CV=\dfrac{1}{3}Q=\underline{5.0\times10^{-6}\ \text{〔C〕}}\ \cdots 答$

$Q_2=2CV'=\dfrac{2}{3}CV=\dfrac{2}{3}Q=\underline{1.0\times10^{-5}\ \text{〔C〕}}\ \cdots 答$

ここまでやったら
別冊 P. 29へ

5-4 コンデンサーの並列接続

ココをおさえよう！

並列につながれたコンデンサー間の電圧は等しくなる。
また，その合成容量は　$C=C_1+C_2+\cdots\cdots$

コンデンサーを2つ，電源に並列につないだ場合を考えてみましょう。
並列の場合，電源に持ち上げられた正電荷は，両方の極板に蓄えられていきます。
Chapter 4で学んだように，導線でつながった部分は電位が等しくなります。
そのため，並列接続の部分は，電気的な高さが同じになります。
つまり，**並列に接続されたコンデンサーにかかる電圧は等しくなる**のです。
（並列接続のコンデンサーは，同じ高さの崖が並んでいるイメージです）

ここで，並列につながれた2つのコンデンサーに蓄えられる電気量を求めましょう。
各コンデンサーには同じ電圧Vがかかり，コンデンサーC_1にはQ_1，コンデンサーC_2にはQ_2の電荷が蓄えられるとすると

$Q_1=C_1V$　……①
$Q_2=C_2V$　……②

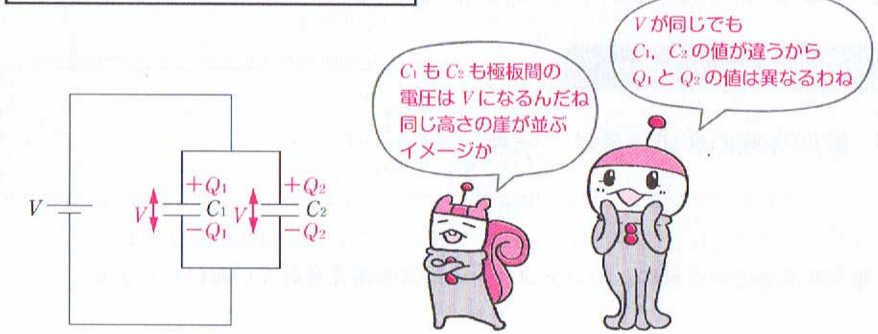
さて，ここで2つのコンデンサーC_1，C_2を1つの大きなコンデンサーと考えてみましょう。このように複数のコンデンサーを1つのコンデンサーに見立てることをコンデンサーの合成といい，1つにまとめられたコンデンサーの電気容量を**合成容量**と呼びます。

1つのコンデンサーとみなすと，このコンデンサーはVの電圧をかけると，Q_1+Q_2の電荷が蓄えられることになります。
合成したコンデンサーの電気容量（合成容量）をCとすれば

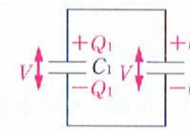
$Q_1+Q_2=CV$　……③

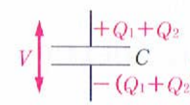
①＋②より　$Q_1+Q_2=(C_1+C_2)V$　……④
であるので，③と④を比べれば，2つの並列に接続したコンデンサーC_1，C_2をまとめたときの電気容量（合成容量）は　$C=C_1+C_2$　となります。
コンデンサーの数が増えても，同じように考えれば，並列接続の合成容量は
$C=C_1+C_2+C_3+\cdots\cdots$　となるのです。

コンデンサーの並列接続



同じ電圧Vが C_1，C_2にかかる　→　$Q_1=C_1V$　……①　$Q_2=C_2V$　……②

2つのコンデンサー  を

1つのコンデンサー  とみなすと

$\underbrace{Q_1+Q_2}_{C_1V+C_2V}=CV$　……③

よって　$\boxed{C=C_1+C_2}$

並列接続の合成容量：$C=C_1+C_2+C_3+\cdots\cdots$

5-5 コンデンサーの直列接続

ココをおさえよう！

直列接続の合成容量は $\dfrac{1}{C}=\dfrac{1}{C_1}+\dfrac{1}{C_2}+\cdots\cdots$

右ページのように，コンデンサーを2つ直列につないだ回路があります。
電源を接続させる前に，コンデンサーに電荷が蓄えられていないとします。

電源をつなぐと電荷が移動していきますが，極板IIとIIIは回路から独立していますね。ですから"独立部分の電気量の総和は不変"のルールが成り立ちます。
はじめは，コンデンサーに電荷が蓄えられていないので，電気量の総和は0です。
そのため，極板IIが−5Cに帯電したら，極板IIIは＋5Cに帯電することになります。
「はじめにコンデンサーに電荷が蓄えられていない」という条件は，とても重要なのです。

最終的に，極板I，IIIは＋Q，極板II，IVは−Qに帯電したとしましょう。
$Q=CV$より，$V=\dfrac{Q}{C}$です。極板I，II間の電圧をV_1，極板III，IV間の電圧をV_2とすると，$V_1=\dfrac{Q}{C_1}$，$V_2=\dfrac{Q}{C_2}$となりますね。電圧1周0ルールを使うと

$$V=V_1+V_2=\frac{Q}{C_1}+\frac{Q}{C_2}\quad\cdots\cdots①$$

直列につないだ2つのコンデンサーを1つのコンデンサーとみなします。
極板Iに＋Q，極板IVに−Qの電荷が帯電しているので，Qの電荷を帯電したと考えられます。かかっている電圧はVなので，合成容量をCとすると

$$V=\frac{Q}{C}\quad\cdots\cdots②$$

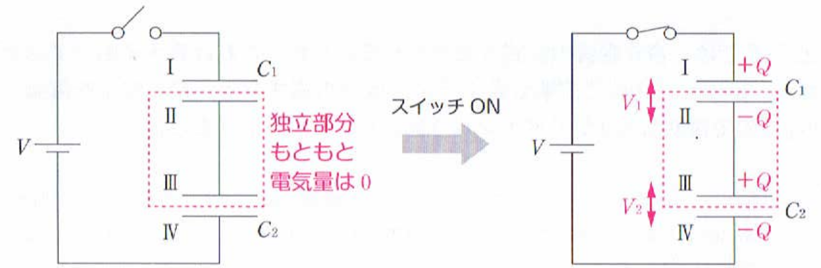
①，②より，直列に接続された電荷をもたない2つのコンデンサーの合成容量は

$$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}$$ となります。

コンデンサーの数が増えても，同じように考えれば，直列接続した電荷をもたないコンデンサーの合成容量は $\dfrac{1}{C}=\dfrac{1}{C_1}+\dfrac{1}{C_2}+\dfrac{1}{C_3}+\cdots\cdots$ となります。

5

コンデンサーの直列接続



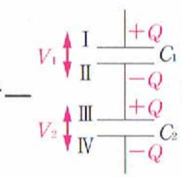
独立部分の電気量の総和は不変なので
IIには−Q，
IIIには＋Qが帯電

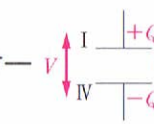
$Q=C_1V_1=C_2V_2$より

$$V_1=\frac{Q}{C_1},\quad V_2=\frac{Q}{C_2}$$

電圧1周0ルールより

$$\boxed{V=V_1+V_2=\frac{Q}{C_1}+\frac{Q}{C_2}\quad\cdots\cdots①}$$

2つのコンデンサー 

を1つのコンデンサー 

と

みなすと　$Q=CV$

ゆえに $\boxed{V=\dfrac{Q}{C}\quad\cdots\cdots②}$

①，②より $\boxed{\dfrac{1}{C_1}+\dfrac{1}{C_2}=\dfrac{1}{C}}$

直列接続の合成容量：$\dfrac{1}{C}=\dfrac{1}{C_1}+\dfrac{1}{C_2}+\dfrac{1}{C_3}+\cdots\cdots$

5-4と5-5では，合成容量の公式をお見せしましたが，これは覚えるものではありません。p.164，p.166で説明したように，電位の高さVと，電気量Qを確認しながらp.160で説明した3つのポイントで解いていくようにしましょう。

問5-3 右ページの図のような複数のコンデンサーと電源，スイッチからなる回路がある。はじめ，どのコンデンサーにも電荷が蓄えられていないとする。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) スイッチS_1のみを閉じて十分に時間が経った。このときコンデンサーC_1とC_2にかかるそれぞれの電圧の大きさV_1，V_2と，それぞれに蓄えられた電気量Q_1，Q_2を求めよ。

(2) その後，スイッチS_1を開き，スイッチS_2を閉じて十分に時間が経った。このときコンデンサーC_1とC_3にかかるそれぞれの電圧の大きさV_1'，V_3と，それぞれに蓄えられた電気量Q_1'，Q_3を求めよ。

解きかた (1) まずは電位の高さを比べます。

C_1にかかる電圧をV_1，C_2にかかる電圧をV_2とすると，電圧1周0ルールにより

$$V=V_1+V_2 \quad \cdots\cdots ①$$

また，コンデンサーC_1に蓄えられる電気量をQ_1，コンデンサーC_2に蓄えられる電気量をQ_2とすると，コンデンサーの電気量の公式より

$$Q_1=CV_1 \quad \cdots\cdots ②$$

$$Q_2=2CV_2 \quad \cdots\cdots ③$$

独立部分の電気量の総和は不変なので

$$0+0=-Q_1+Q_2 \quad \cdots\cdots ④$$

②，③，④より $0=-CV_1+2CV_2$

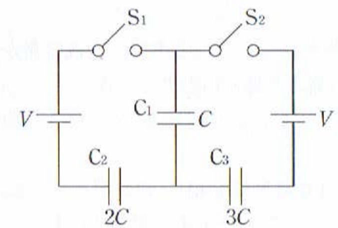
$0=-V_1+2V_2 \quad \cdots\cdots ⑤$

①，⑤より $V_1=\frac{2}{3}V$，$V_2=\frac{V}{3}$ …答

②，③より $Q_1=\frac{2}{3}CV$，$Q_2=\frac{2}{3}CV$ …答

右ページには，合成容量の公式を使って解く別解を載せておきましたが，上のように解くのがおすすめです。

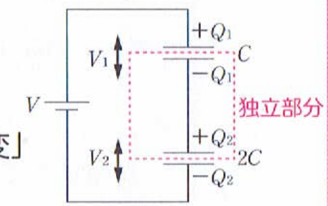
問5-3



(1) ・「電圧1周0ルール」⇒ $V=V_1+V_2$ ……①

・「$Q=CV$」⇒ $Q_1=CV_1$ ……②

$Q_2=2CV_2$ ……③



・「独立部分の電気量の総和は不変」

⇒ $0+0=-Q_1+Q_2$ ……④

②，③，④より $0=-CV_1+2CV_2$

$0=-V_1+2V_2$ ……⑤

①＋⑤より $V=3V_2$

したがって $V_2=\frac{V}{3}$，$V_1=\frac{2}{3}V$ …答

よって $Q_1=CV_1=C\cdot\frac{2}{3}V=\frac{2}{3}CV$ …答

$Q_2=2CV_2=2C\cdot\frac{V}{3}=\frac{2}{3}CV$ …答

【別解】

C_1，C_2には電荷が蓄えられていないので，合成容量をC'とすると

$\frac{1}{C'}=\frac{1}{C}+\frac{1}{2C}$　$C'=\frac{2}{3}C$

$Q=C'\times V=\frac{2}{3}CV$ より　$Q_1=Q_2=\frac{2}{3}CV$ …答

$Q_1=CV_1$，$Q_2=2CV_2$ より　$V_1=\frac{2}{3}V$，$V_2=\frac{V}{3}$ …答

解きかた (2) 今度はすでにコンデンサーに電荷がたまっているので，合成容量からは求められません。まずは，電位の高さを見ていきましょう。

電圧1周0ルールより，コンデンサーC_1，C_3の電圧をV_1'，V_3とすると

$V=V_1'+V_3$ ……①

また，コンデンサーC_1に蓄えられる電気量をQ_1'，コンデンサーC_3に蓄えられる電気量をQ_3とすると，コンデンサーの電気量の公式より

$Q_1'=CV_1'$ ……②

$Q_3=3CV_3$ ……③

独立部分の電気量の総和は不変なので

$-Q_1+0=-\frac{2}{3}CV=-Q_1'+Q_3$ ……④

②，③，④より $-\frac{2}{3}CV=-CV_1'+3CV_3$

$-\frac{2}{3}V=-V_1'+3V_3$ ……⑤

①，⑤より $\frac{V}{3}=4V_3$

よって $V_3=\frac{V}{12}$，$V_1'=\frac{11}{12}V$ …答

②，③より

$Q_1'=\frac{11}{12}CV$，$Q_3=\frac{1}{4}CV$ …答

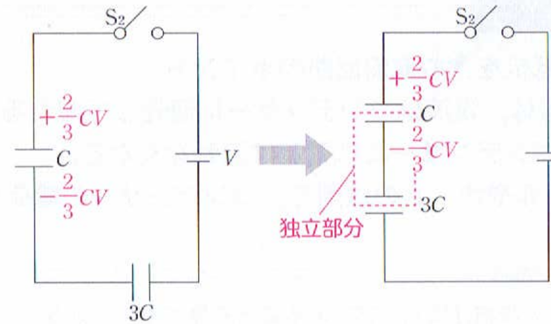
(1)と(2)は電気量の総和の値が違うだけで，同じ解きかたでしたね？
コンデンサーに電荷が蓄えられていても，蓄えられていなくても，同じ解きかたが染みついていれば怖くありません。
この解きかたをしっかり理解しておきましょう。

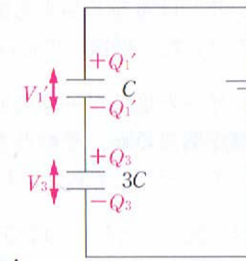
合成容量の公式は「合成容量はいくらか？」というような問題でだけ使うようにすればよいと思いますよ。

5

つづき

(2)





・「電圧1周0ルール」

$\Rightarrow V=V_1'+V_3$ ……①

・「$Q=CV$」

$\Rightarrow Q_1'=CV_1'$ ……②

$Q_3=3CV_3$ ……③

・「独立部分の電気量の総和は不変」

$\Rightarrow -\frac{2}{3}CV+0=-Q_1'+Q_3$ ……④

②，③，④より $-\frac{2}{3}CV=-CV_1'+3CV_3$

$-\frac{2}{3}V=-V_1'+3V_3$ ……⑤

①+⑤より $\frac{1}{3}V=4V_3$

よって $V_3=\frac{1}{12}V$，$V_1'=\frac{11}{12}V$ …答

②，③より $Q_1'=\frac{11}{12}CV$，$Q_3=\frac{1}{4}CV$ …答

ここまでやったら
別冊 P. 31 へ

5-6　コンデンサーと抵抗を含む直流回路

ココをおさえよう！

コンデンサーと抵抗を含む直流回路のポイント
- 電荷が0のときは，電流はコンデンサーに優先して流れる。
- 充電されるとコンデンサーには電流は流れなくなる。
- 電圧1周0ルールやオームの法則で，コンデンサーの電荷や電流を求める。

今度は，コンデンサーと抵抗が同じ回路にある場合を見てみましょう。
コンデンサーは電荷が集まる広場で，電荷が蓄えられると高低差ができて急な崖になるのでした。抵抗はでこぼこな坂（ウォータースライダー）でしたね。

コンデンサーと抵抗が一緒の回路では **「コンデンサーの広場は大人気なので，すぐに電荷が集まるが，そのうち満杯になってしまうので，新たな電荷が寄らなくなる」** とイメージしておきましょう。

右ページの図のように，コンデンサーと抵抗をつなげましょう。
スイッチを閉じると，大人気の広場（コンデンサー）をめがけて，電荷が移動します。そのため，**回路には電流が流れ始めます**。もちろん，抵抗にも電流が流れます。

やがて，広場（コンデンサー）が電荷で満杯になります。
すると，『満杯の広場ならもう行きたくないな』と電荷の移動がなくなります。
（私たち人間も混んでいるところに，ピークの時間には行きたくないですよね）
ということは，回路には**電流が流れなくなりますね**。

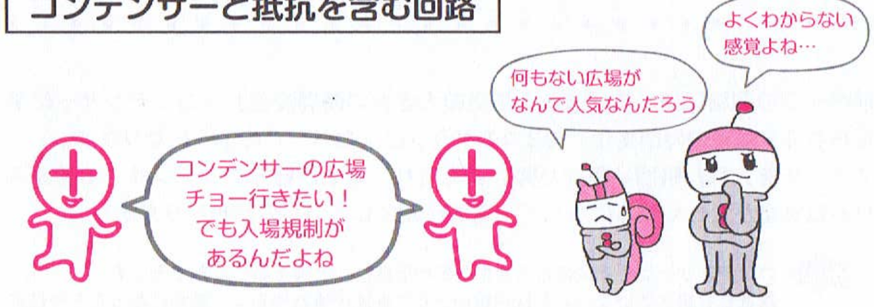
この回路では，次の❶，❷の2つの段階があるということです。

❶ スイッチを入れた瞬間に，電荷の移動が起こり（電流が流れ），コンデンサーに電荷が蓄えられていく

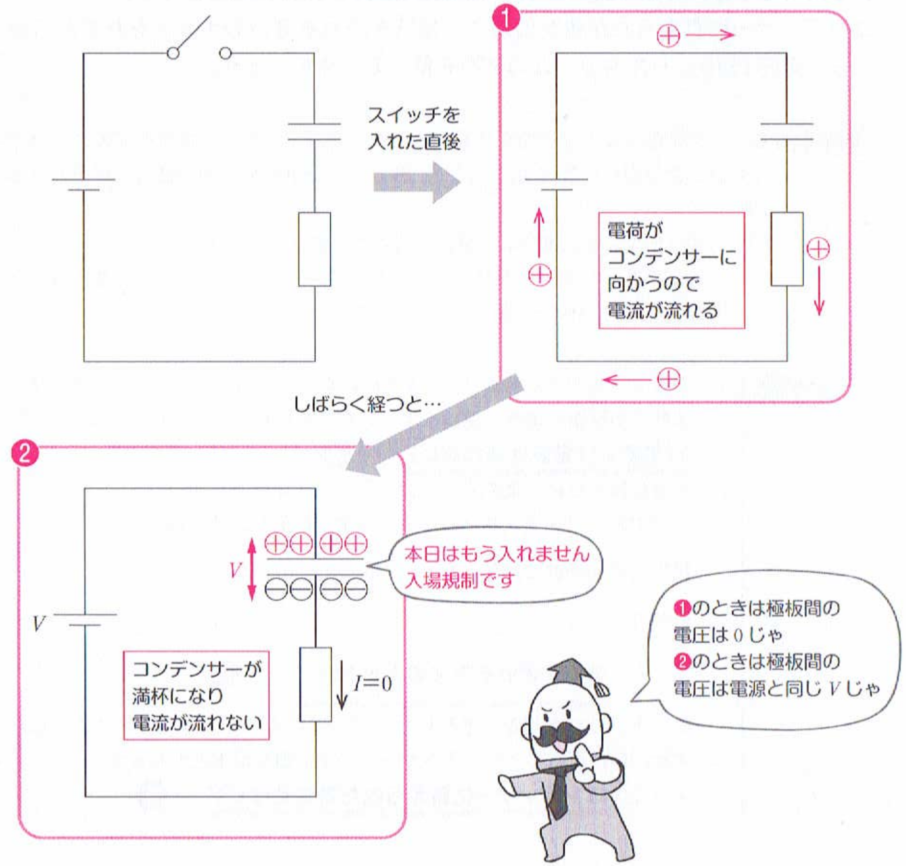
❷ スイッチを入れてしばらく経つと，コンデンサーの充電が終わり，電荷が移動しなくなる（電流が流れなくなる）

❶のときは，コンデンサーには電荷がないので，高低差のない広場（極板間の電圧が0）だったのですが，❷のときは，電荷がたまったので高さVの崖（極板間の電圧がV）になってしまうのです。
最終的には電流が流れず，電源とコンデンサーの電圧が等しくなるのですね。

コンデンサーと抵抗を含む回路



コンデンサーは大人気！　でも満杯だと入場規制



前ページの回路について「流れる電流の大きさの時間変化」,「コンデンサーに蓄えられる電気量の時間変化」の2つのグラフは，右ページのようになります。
スイッチを入れた瞬間は電流が勢いよく流れ，時間が経ちコンデンサーに蓄えられる電気量が大きくなるにつれて，電流が減少していくのがわかりますね。

補足 コンデンサーは「抵抗値の大きさの変わる抵抗」と考えることもできます。
電気量を蓄えていないときは抵抗値が0で電流が流れやすく，満杯になったときは抵抗値が∞で電流は流れません。

問題でよく問われるのは「**スイッチを入れた直後(広場がガラガラ)**」と「**スイッチを入れて十分に時間が経ったあと(広場が満杯)**」のときのことです。
コンデンサーに蓄えられた電荷の量や，抵抗を流れる電流の大きさをたずねられたら，電圧1周0ルールやオームの法則を使って求めましょう。

問5-4 右ページの図のような回路がある。はじめ，コンデンサーには電荷が蓄えられていない。次の問いに答えよ。ただし，電源の内部抵抗や導線の抵抗は無視できるとする。
(1) スイッチを入れた瞬間に，抵抗に流れる電流はいくらか。
(2) スイッチを入れてから十分に時間が経ったあと，コンデンサーに蓄えられた電気量と抵抗を流れる電流の大きさを求めよ。

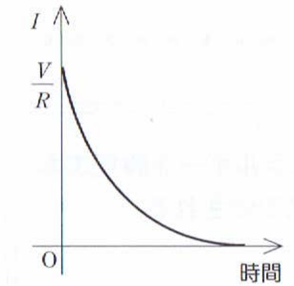
解きかた (1) スイッチを入れた瞬間は，大人気の広場がガラガラなので，コンデンサーのほうの通路を電流は流れます。そのため抵抗には電流は流れません。
0(抵抗には電流は流れない)。 …答

(2) 十分に時間が経ったので，コンデンサーが充電されました。
そのため，コンデンサーのほうには電流が流れませんね。

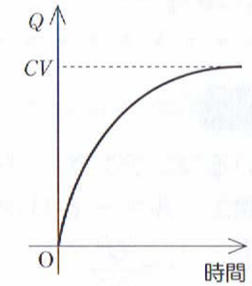
抵抗を通る回路に電圧1周0ルールの式を立てると，$V=RI$ より，$I=\frac{V}{R}$ となります。

よって，**抵抗を流れる電流の大きさは** $\frac{V}{R}$ …答

コンデンサーも電源に並列につながっているので，電圧は同じになりますね。したがって，コンデンサーにかかる電圧は V となります。
よって，**コンデンサーに蓄えられた電気量は** CV …答

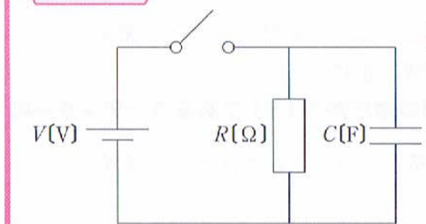


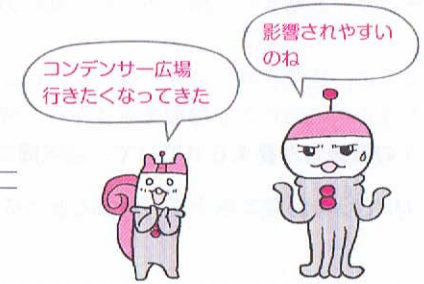
▲電流の大きさの時間変化



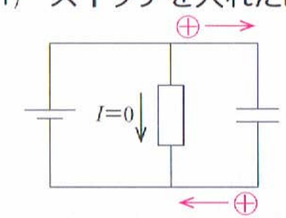
▲コンデンサーに蓄えられる電気量の時間変化

問5-4



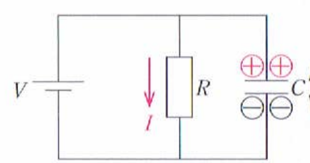


(1) スイッチを入れた瞬間



電荷はコンデンサーへ向かうので
抵抗に電流は流れない！ …答

(2) スイッチを入れてしばらく経った



コンデンサーは充電されたので
$Q=CV$ …答
電流は抵抗にのみ流れるようになり
電圧1周0ルールより
$V=RI$ $I=\frac{V}{R}$ …答

ここまでやったら 別冊 P. 34 へ

5-7 静電エネルギー

ココをおさえよう！

電荷が蓄えられているコンデンサーがもつエネルギーを静電エネルギーと呼び，静電エネルギー U は次の3式で表される。

$$U=\frac{1}{2}QV=\frac{1}{2}CV^2=\frac{Q^2}{2C}$$

電荷の蓄えられているコンデンサーを電球につなぐと，少しの間電球が光ります。コンデンサーが蓄えたエネルギーが，電球の光エネルギーに変換されたのです。

このように，充電されたコンデンサーにはエネルギーが蓄えられています。
このエネルギーのことを**静電エネルギー**と呼びます。
Q〔C〕の電気量が蓄えられていて，極板間の電圧が V〔V〕であるコンデンサーには $\frac{1}{2}QV$〔J〕の静電エネルギーが蓄えられるということがわかっています。

電気量の公式 $Q=CV$ を使えば，電気容量 C，電気量 Q，電圧 V のコンデンサーの静電エネルギー U〔J〕は

$$U=\frac{1}{2}QV=\frac{1}{2}CV^2=\frac{Q^2}{2C}$$

の3通りで表されます。これらはすべて覚えるようにしましょう。

問5-5 極板間距離 d〔m〕，面積 S〔m²〕のコンデンサーを用いて，右ページの図のようにスイッチと起電力 V〔V〕の電源からなる回路を作った。スイッチを入れてから十分に時間が経った。真空の誘電率を ε_0 として以下の問いに答えよ。
(1) コンデンサーに蓄えられた電気量はいくらか。
(2) コンデンサーに蓄えられた静電エネルギーはいくらか。

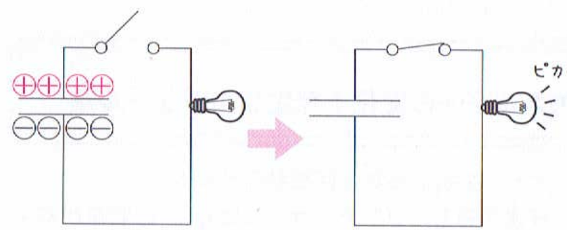
解きかた (1) このコンデンサーの電気容量は $C=\varepsilon_0\frac{S}{d}$ ですね。
コンデンサー間の電圧は電源と同じ V となっているので

$$Q=CV=\varepsilon_0\frac{S}{d}V \cdots 答$$

(2) $U=\frac{1}{2}QV=\frac{1}{2}\varepsilon_0\frac{S}{d}V^2 \cdots 答$

5

静電エネルギー

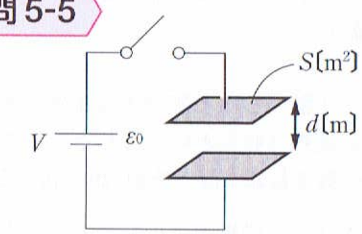


コンデンサーにつなぐと光エネルギーが発生
⇩
充電されたコンデンサーはエネルギーを蓄えている！
＝
静電エネルギー

静電エネルギーの式

$$U=\frac{1}{2}QV=\frac{1}{2}CV^2=\frac{Q^2}{2C}$$

問 5-5



(1) $C=\varepsilon_0\frac{S}{d}$

$$Q=CV=\varepsilon_0\frac{S}{d}V \cdots 答$$

(2) $U=\frac{1}{2}QV=\frac{1}{2}\varepsilon_0\frac{S}{d}V^2 \cdots 答$

ここまでやったら 別冊 P. 35へ

5-8 静電エネルギー，ジュール熱，電源のした仕事

ココをおさえよう！

電源のした仕事＝静電エネルギーの変化＋発生したジュール熱

起電力 V〔V〕の電源，コンデンサー，抵抗からなる回路があります。
スイッチを閉じて十分に時間が経過すると，コンデンサーには Q〔C〕の電荷が蓄えられました。
電荷が蓄えられるまでに，抵抗で発生したジュール熱はどのくらいでしょうか？
スイッチを閉じた直後には電流が流れるので，抵抗でジュール熱が発生します。
しかし，電流は徐々に減少しコンデンサーの充電が終わると電流は流れなくなるので，ジュール熱は発生しなくなります。
p.140では，抵抗で発生するジュール熱は IVt と説明しましたが，**コンデンサーを含む回路では電流 I や電圧 V は時間によって変わるため，この式は使えません。**
このようなときは，**仕事とエネルギーの関係**を使いましょう。

「スイッチを閉じる → 電流が流れてジュール熱が発生する → コンデンサーが充電され，電流が流れなくなる」という一連の流れにおいて，仕事を"した"ものはなんでしょうか？　正解は電源です。
電源は正電荷を電位の高いところに持ち上げているので，仕事をしていますね(p.70)。電源はコンデンサーに蓄えられている分の電気量 Q を起電力 V だけ持ち上げたので，電源がした仕事は QV となります。

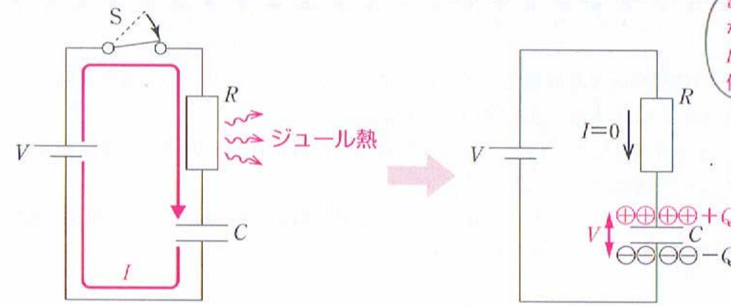
この電源のした QV の仕事が，コンデンサーに蓄えられる静電エネルギーと，抵抗で消費された熱エネルギー（ジュール熱）に変換されたということです。つまり
電源のした仕事 ＝ 静電エネルギーの変化 ＋ 発生したジュール熱 が成立します。
完全に充電されたとき，コンデンサーに蓄えられた静電エネルギーは $\frac{1}{2}QV$ と表されるのでしたね。よって，抵抗で発生したジュール熱を J とすると

$$J=QV-\frac{1}{2}QV=\frac{1}{2}QV$$

補足 もし，この回路に抵抗 R がなかったとしても，電源のした仕事は QV，コンデンサーに蓄えられた静電エネルギーは $\frac{1}{2}QV$ なので，同じくジュール熱が $\frac{1}{2}QV$ となります。この場合は，「導線の抵抗でジュール熱が消費された」と考えます。

5

［スイッチを入れた直後］　　［十分に時間が経った］



電流が流れるので，抵抗でジュール熱が発生する

電流が流れなくなるのでジュール熱は発生しない

「スイッチ ON」から「充電完了」までに抵抗で発生したジュール熱は？

➡ **仕事とエネルギーの関係を利用！**

電源のした仕事：Q〔C〕を V〔V〕のところまで持ち上げたので　QV〔J〕

静電エネルギーの変化：電荷のない状態から Q〔C〕が蓄えられたので　$\frac{1}{2}QV$〔J〕

"電源のした仕事＝静電エネルギーの変化＋発生したジュール熱"

発生したジュール熱　$J=\underbrace{QV}_{\text{電源のした仕事}}-\underbrace{\frac{1}{2}QV}_{\text{静電エネルギーの変化}}=\frac{1}{2}QV$

問5-6 右ページの図のような回路がある。はじめ，どのコンデンサーにも電荷が蓄えられていない。このとき，次の問いに答えよ。

(1) スイッチをaにつないでから十分に時間が経過した。この間に回路で発生したジュール熱はいくらか。

(2) その後，スイッチをbにつなぎ替えて十分に時間が経過した。この間に回路で発生したジュール熱はいくらか。

電源のした仕事＝静電エネルギーの変化＋発生したジュール熱

の関係を使って計算していきましょう。

解きかた (1) はじめ，どのコンデンサーにも電荷が蓄えられていないので静電エネルギーは0ですね。コンデンサーC_1とコンデンサーC_2の電圧をV_1，V_2とすると

電圧1周0ルールより　$E=V_1+V_2$　……①

蓄えられる電気量は　$Q_1=CV_1$　……②

$Q_2=2CV_2$　……③

独立部分の電気量の総和は不変なので，②，③より

$$0+0=-CV_1+2CV_2$$

$$0=-V_1+2V_2 \quad ……④$$

①＋④より　$E=3V_2$

ゆえに　$V_1=\frac{2}{3}E$，$V_2=\frac{1}{3}E$

静電エネルギーはそれぞれ

$$U_1=\frac{1}{2}CV_1^2=\frac{2}{9}CE^2$$

$$U_2=\frac{1}{2}\cdot 2CV_2^2=\frac{1}{9}CE^2$$

電源は$Q_1=CV_1$の電気量をEだけ持ち上げたので，電源のした仕事は

$$Q_1E=C\cdot\frac{2}{3}E\cdot E=\frac{2}{3}CE^2$$

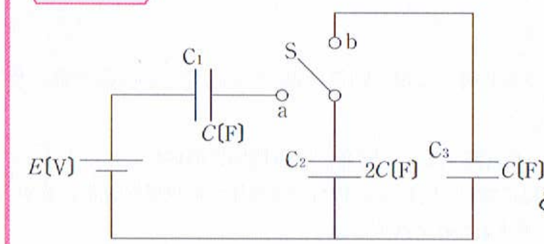
よって，回路で発生したジュール熱をJ_1とすると

$$\frac{2}{3}CE^2=\frac{2}{9}CE^2+\frac{1}{9}CE^2+J_1$$

ゆえに　$J_1=\frac{1}{3}CE^2$ …答

5

問5-6



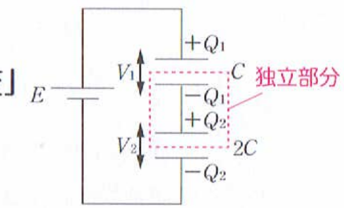
(1) ・「電圧１周０ルール」⇒ $E=V_1+V_2$　……①

・「$Q=CV$」⇒ $Q_1=CV_1$　……②

$Q_2=2CV_2$　……③

・「独立部分の電気量の総和は不変」

$$\Rightarrow 0=\underbrace{-CV_1}_{-Q_1}+\underbrace{2CV_2}_{Q_2}$$



$$0=-V_1+2V_2 \quad ……④$$

①，④より　$V_1=\frac{2}{3}E$，$V_2=\frac{1}{3}E$

電源のした仕事：Q_1[C]をEだけ持ち上げたので

$$Q_1E=CV_1E=\frac{2}{3}CE^2$$

静電エネルギーの変化：$U_1=\frac{1}{2}C_1V_1^2=\frac{1}{2}C\left(\frac{2}{3}E\right)^2=\frac{2}{9}CE^2$

$$U_2=\frac{1}{2}C_2V_2^2=\frac{1}{2}\cdot 2C\left(\frac{1}{3}E\right)^2=\frac{1}{9}CE^2$$

回路で発生したジュール熱をJ_1とすると

$$\underbrace{\frac{2}{3}CE^2}_{\text{電源のした仕事}}=\underbrace{\frac{2}{9}CE^2+\frac{1}{9}CE^2}_{\text{静電エネルギーの変化}}+J_1$$

$J_1=\frac{1}{3}CE^2$ …答

解きかた (2) スイッチをbにつなぎ替える前，C_2には$Q_2=2CV_2=\frac{2}{3}CE$〔C〕が蓄えられています。

スイッチをbにつなぎ替えると，電源とC_1は問題に関係なくなります。

C_2，C_3だけの回路になり，C_2は(1)の状態から電圧や電気量が変化します。

C_2，C_3にかかる電圧をそれぞれV_2'，V_3としましょう。

電圧1周0ルールより　$V_2'=V_3$　……①

$Q=CV$より　$Q_2'=2CV_2'$　……②

$Q_3=CV_3$　……③

独立部分の電気量の総和は不変なので，②，③より

$$\frac{2}{3}CE+0=2CV_2'+CV_3$$

$$\frac{2}{3}E=2V_2'+V_3 \quad \cdots\cdots④$$

①，④より　$V_2'=V_3=\frac{2}{9}E$

静電エネルギーはそれぞれ

$$U_2'=\frac{1}{2}\cdot 2CV_2'^2=\frac{4}{81}CE^2$$

$$U_3=\frac{1}{2}CV_3^2=\frac{2}{81}CE^2$$

電源にはつながってないので，電源は仕事をしていません。

よって，“電源のした仕事＝静電エネルギーの変化＋発生したジュール熱”より，回路で発生したジュール熱をJ_2とすると

$$0=\underbrace{\left(\frac{4}{81}CE^2+\frac{2}{81}CE^2\right)-\left(\frac{1}{9}CE^2+0\right)}_{\text{静電エネルギーの変化}}+J_2$$

よって　$J_2=\frac{1}{27}CE^2$ …答

“電源のした仕事＝静電エネルギーの変化＋発生したジュール熱”

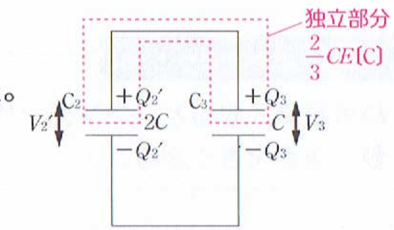
という式の使いかたは理解できたでしょうか？

流れる電流の大きさが一定でないときは，このようにジュール熱を求めましょう。

5

つづき

(2) C_2に$\frac{2}{3}CE$〔C〕が蓄えられた状態でスイッチを切り替えた。



・「電圧1周0ルール」

⇒ $V_2'=V_3$　……①

・「$Q=CV$」

⇒ $Q_2'=2CV_2'$　……②

$Q_3=CV_3$　……③

・「独立部分の電気量の総和は不変」

$$\Rightarrow \frac{2}{3}CE+0=\underbrace{2CV_2'}_{+Q_2'}+\underbrace{CV_3}_{+Q_3}$$

$$\frac{2}{3}E=2V_2'+V_3 \quad \cdots\cdots④$$

①，④より　$V_2'=V_3=\frac{2}{9}E$

静電エネルギーは　$U_2'=\frac{1}{2}C_2V_2'^2=\frac{1}{2}\cdot 2C\cdot\left(\frac{2}{9}E\right)^2=\frac{4}{81}CE^2$

$$U_3=\frac{1}{2}C_3V_3^2=\frac{1}{2}C\left(\frac{2}{9}E\right)^2=\frac{2}{81}CE^2$$

回路で発生したジュール熱をJ_2とすると

$$\underbrace{0}_{\text{電源のした仕事}}=\underbrace{\underbrace{\left(\frac{4}{81}CE^2+\frac{2}{81}CE^2\right)}_{\text{(2)の状態での静電エネルギー}}-\underbrace{\left(\frac{1}{9}CE^2+0\right)}_{\text{(1)の状態での静電エネルギー}}}_{\text{静電エネルギーの変化}}+J_2$$

$$J_2=\frac{3}{81}CE^2=\frac{1}{27}CE^2 \cdots 答$$

ここまでやったら
別冊 P.36へ

5-9 極板間への導体の挿入

ココをおさえよう！

導体を挿入すると，コンデンサーの極板間距離が縮まり，電気容量の値が大きくなる。

ここでは，“Q〔C〕の電荷が帯電したコンデンサーの極板間に導体を挿入するとどうなるか”ということについてお話ししていきましょう。
結論からいいますと，**導体の厚みの分だけ極板間距離が縮まるので，電気容量の値が大きくなります。**

この結論だけを覚えておいてもかまいませんが，理由を説明しておきますね。
右ページの図のように，Q〔C〕の電気量が帯電している極板間距離がdのコンデンサーがあるとします。極板Aには$+Q$〔C〕，極板Bには$-Q$〔C〕が帯電しているのでしたね。
このとき極板A → 極板Bの方向に，一様な電場Eが生じているとします。

ここに厚さtの導体を，極板AからXだけ離れた位置に挿入したとします。
p.92，93で説明しましたが，電場中に導体を挿入すると，導体内部には逆向きの電場が生じるために導体内部の電場は0になり，導体の表面にだけ電荷が現れるのでした。

導体が挿入されたことにより，2つのコンデンサーが直列に並んでいるようになりますね。
導体を挿入したあとのコンデンサーの電気容量（つまり合成容量）をC'，上の部分のコンデンサーの電気容量をC_1，下の部分のコンデンサーの電気容量をC_2とすると，直列なので

$$\frac{1}{C'}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}=\frac{X}{\varepsilon_0 S}+\frac{d-t-X}{\varepsilon_0 S}=\frac{d-t}{\varepsilon_0 S}$$

よって　$\boldsymbol{C'=\varepsilon_0\frac{S}{d-t}}$

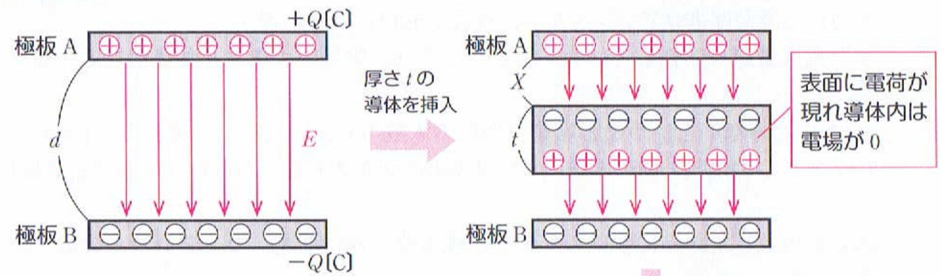
もともとのコンデンサーの電気容量は$\varepsilon_0\frac{S}{d}$なので，厚さtの導体の分だけ，極板間距離が縮まったと考えられますね。導体が挿入されたら，その厚みの分だけ“ギュッと極板間を縮めてしまった”と考えてよいのです。

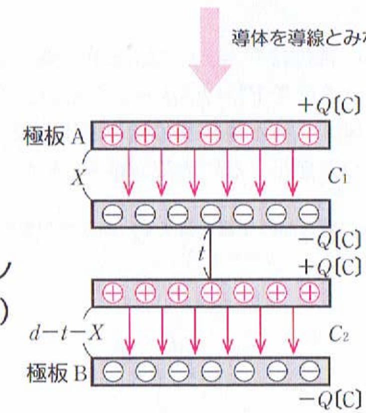
極板間への導体の挿入

コンデンサーの極板間に導体を挿入すると？

➡**導体の厚みの分だけ極板間距離が縮まる。**
ゆえに電気容量は大きくなる！

【理由】





$$C_1=\varepsilon_0\frac{S}{X},\quad C_2=\varepsilon_0\frac{S}{d-t-X}$$

導体を挿入したあとのコンデンサーの電気容量（つまり合成容量）をC'とすると

$$\frac{1}{C'}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}$$
$$=\frac{X}{\varepsilon_0 S}+\frac{d-t-X}{\varepsilon_0 S}$$
$$=\frac{d-t}{\varepsilon_0 S}\implies \boxed{C'=\varepsilon_0\frac{S}{d-t}}$$

Q〔C〕が帯電しているコンデンサーへの導体の挿入において，
“挿入前後でQ，E，V，Cのうちの何が変化して，何が変化していないか”を明らかにしましょう。

まず電気量Qですが，電荷Qは変化していません。
どこにも電荷は逃げていませんし，増えてもいませんので。
また電気量Qが変化していないということは，電場の大きさEも変化していません。
（Qが変わらないということは電気力線の本数$4\pi kQ$本(p.156)も変わらないので，1 m^{2}あたりの電気力線の本数，つまり電場の大きさも変わらないということです）

導体を挿入したあとに変化したのは，極板間の電位Vと，コンデンサーの電気容量Cです。
挿入前の電位は$V=Ed$でしたが，挿入後は極板間距離が$d-t$になってしまったとみなせるので$V'=E(d-t)$へと小さくなってしまいます。
導体を挿入すると極板間の電位が下がるということですね。
電気量Qは変化しないので，$Q=CV=C'V'$よりC'はCより大きくなるのです。

補足 挿入前の電気容量をC，挿入後の電気容量をC'とすると

$$CV=C'V'$$

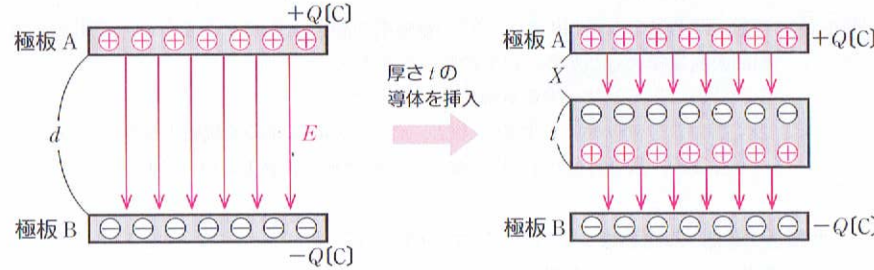
$$C'=\frac{V}{V'}\cdot C$$

$$=\frac{Ed}{E(d-t)}\cdot C$$

$$=\frac{d}{d-t}\cdot C$$

$C=\varepsilon_0\dfrac{S}{d}$，$C'=\varepsilon_0\dfrac{S}{d-t}$ ですから(p.184)，この式は正しいですね。

導体の挿入前後で Q，E，V，Cのどれが変化したか



Q → 不変
E → 不変
V → $V=Ed$ で d が $d-t$ になったので
$V'=E(d-t)$となり減少。
C → $Q=CV=C'V'$より V'が減少したので C'は増大。

$$\left(C=\varepsilon_0\frac{S}{d}\text{から } C'=\varepsilon_0\frac{S}{d-t}\text{になった}\right)$$

問5-7 極板が正方形で，極板の1辺が$2L$，極板間の距離が$2d$のコンデンサーがある。極板間の誘電率をε_0とする。以下の問いに答えよ。

(1) このコンデンサーの電気容量はいくらか。

(2) このコンデンサーに縦$2L$，横L，高さhの直方体の金属板を完全に挿入したところ，電気容量が1.5倍になった。金属板の高さhはいくらか。

(2)は金属板（導体）の面積が，コンデンサーの半分です。
金属板の挿入されていない部分と，されている部分で，容量の違う2つのコンデンサーが並列に並んでいると考えましょう。

解きかた

(1) コンデンサーの電気容量の公式に代入して

$$C=\varepsilon_0\frac{(2L)^2}{2d}=\underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon_0\frac{2L^2}{d}}}}\cdots\text{答}$$

(2) 金属板を挿入したことにより，電気容量が1.5倍になりました。
実は，金属板をどこに挿入しても合成した電気容量は変わらないので，計算しやすいように，右下に挿入したとしましょう。

金属板（導体）によって，コンデンサーは2つに分解されますね。
片方のコンデンサーは，極板の面積$2L\times L$，極板間の距離$2d$のコンデンサーなので電気容量は

$$C_1=\varepsilon_0\frac{2L^2}{2d}=\varepsilon_0\frac{L^2}{d}=\frac{C}{2}$$

もう片方のコンデンサーは，極板の面積$2L\times L$，極板間の距離$2d-h$のコンデンサーなので電気容量は

$$C_2=\varepsilon_0\frac{2L^2}{2d-h}=\frac{d}{2d-h}\varepsilon_0\frac{2L^2}{d}=\frac{d}{2d-h}C$$

合成したコンデンサーの電気容量が，元のコンデンサーの電気容量の1.5倍なので

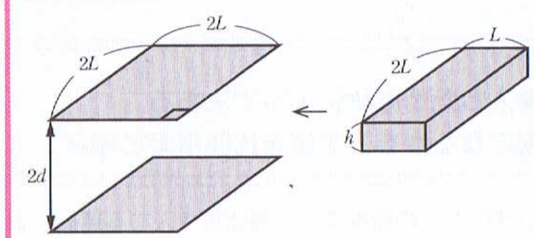
$$1.5C=C_1+C_2=\left(\frac{1}{2}+\frac{d}{2d-h}\right)C$$

$$\frac{d}{2d-h}=1$$

よって $\underline{\underline{\boldsymbol{h=d}}}\cdots$答

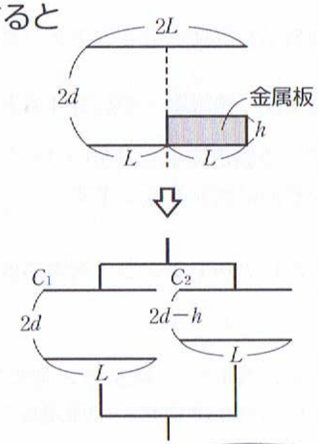
5

問 5-7



(1) $C=\varepsilon_0\dfrac{2L\times 2L}{2d}=\underline{\underline{\varepsilon_0\boldsymbol{\dfrac{2L^2}{d}}}}\cdots$答

(2) 右のように金属板を挿入したとすると
2つのコンデンサーに
分けて考えられる。



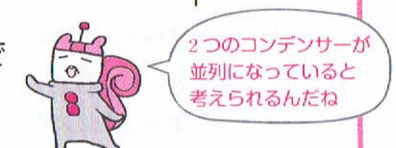
$$C_1=\varepsilon_0\frac{2L\times L}{2d}=\varepsilon_0\frac{L^2}{d}=\frac{C}{2}$$

$$C_2=\varepsilon_0\frac{2L\times L}{2d-h}=\varepsilon_0\frac{2L^2}{2d-h}$$

$$=\frac{d}{2d-h}\varepsilon_0\frac{2L^2}{d}$$

$$=\frac{d}{2d-h}C$$

問題文より $C_1+C_2=1.5C$ なので



$$1.5C=\frac{C}{2}+\frac{d}{2d-h}C$$

$$\frac{3}{2}=\frac{1}{2}+\frac{d}{2d-h}$$

$$1=\frac{d}{2d-h}$$

$2d-h=d$ $\underline{\underline{\boldsymbol{h=d}}}\cdots$答

5-10 誘電率と誘電体

ココをおさえよう！

誘電率の値は，極板間に挿入した誘電体によって決まる。
真空と比べて誘電率が何倍になるかを表す値を比誘電率と呼ぶ。

5-9では，Q〔C〕が帯電したコンデンサーの極板間に，導体を挿入する話をしました。5-10では，Q〔C〕が帯電したコンデンサーの極板間に誘電率 ε の誘電体を挿入する場合をお話しします。
誘電体は電荷を蓄える性質をパワーアップさせるものなので，結論からいうと**誘電体を挿入すると，コンデンサーの電気容量は大きくなります。**

極板間が真空のときコンデンサーの電気容量は $C=\varepsilon_0\dfrac{S}{d}$ で表されますが，

極板間が誘電率 ε の誘電体で満たされている場合は $C'=\varepsilon\dfrac{S}{d}$ ……❶となります。

真空の誘電率 ε_0 は 8.85×10^{-12} F/m と，とても小さく，誘電体の誘電率 ε のほうが普通は大きくなります。

誘電体の誘電率 ε が，真空の誘電率 ε_0 の何倍かを表す数値を**比誘電率 ε_r** といい

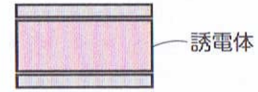
$$\varepsilon_r=\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$$

で表されます。「真空の ε_r 倍だけ誘電率が大きいよ」ということです。
極板間が比誘電率 ε_r の誘電体で満たされている場合のコンデンサーの電気容量 C' は $C'=\varepsilon_r\varepsilon_0\dfrac{S}{d}=\varepsilon_rC$ ……❷ と表されます。

"誘電率 ε"を与えられたら❶式，"比誘電率 ε_r"を与えられたら❷式と，使う式が微妙に違うので注意しましょう。

誘電体が挿入されたときに何が起こっているかを簡単に説明します。
極板間には電場 E が存在しているので，誘電体を挿入すると，誘電分極が起こります。誘電分極により誘電体内には逆向きの電場が生じるので，打ち消し合い，合成されてできた電場 E' は E よりも弱いものになります。
それにより極板間の電位 V は $V=Ed$ から $V'=E'd$ へと変化し，弱まりますが電気量 Q は変化しないので，$Q=CV=C'V'$ より C' は C より大きくなるのです。

極板間への誘電体の挿入



5

コンデンサーの極板間に誘電体を挿入すると？

➡**電気を蓄える性質がパワーアップする。**
ゆえに電気容量は大きくなる！

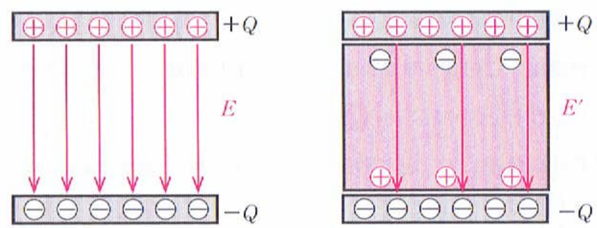
極板間が真空のとき　$C=\varepsilon_0\dfrac{S}{d}$

極板間が誘電率 ε の誘電体のとき　$C'=\varepsilon\dfrac{S}{d}$ ……❶

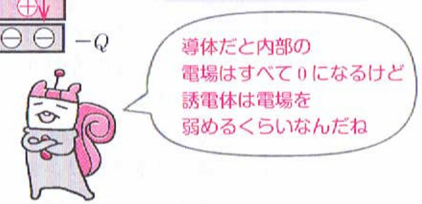
比誘電率　$\varepsilon_r=\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$ ← $\boxed{\varepsilon \text{ は } \varepsilon_0 \text{ の } \varepsilon_r \text{ 倍ということ}}$

比誘電率を使うと　$C'=\underbrace{\varepsilon_r\varepsilon_0\dfrac{S}{d}}_{C}=\varepsilon_rC$ ……❷

誘電体の挿入で何が起きているか？



誘電体内部で
誘電分極が起こり
E が弱まる



Q → 不変

E → 誘電分極が起こり E' へ減少。

V → $V'=E'd$ なので減少。

C → $Q=CV=C'V'$ より，V' が減少したので C' は増大。

問 5-8 極板間が真空のときに電気容量がCである正方形の極板のコンデンサーがある。以下の問いに答えよ。

(1) このコンデンサーの右半分に比誘電率が7の誘電体を挿入した。このときの電気容量C_1はいくらか。

(2) このコンデンサーの下半分に比誘電率が3の誘電体を挿入した。このときの電気容量C_2はいくらか。

コンデンサーの一部だけに誘電体が入っている場合も，導体が入っている場合と同じようにコンデンサーを分解することができます。このとき，誘電体が入っている部分もコンデンサーと考えることに注意しましょう。

解きかた

(1) 誘電体が入っていない左側と入っている右側を別々のコンデンサーと考えましょう。

つまり，誘電体が入っていないコンデンサーと，誘電体が入っているコンデンサーを並列につないだと考えるのです。

誘電体が入っていない部分の電気容量は極板面積が半分なので

$C_{左}=\frac{1}{2}C$になりますね。

誘電体が入っている部分は，極板の面積が半分で，コンデンサーに比誘電率が7の誘電体が入っているものになっています。

よって，この部分の電気容量は$C_{右}=\frac{C}{2}\times 7=\frac{7}{2}C$になります。

求める電気容量は，この2つのコンデンサーを並列接続したものになるので $C_1=\frac{1}{2}C+\frac{7}{2}C=4C$ …答

(2) まずは，誘電体を無視して，とても薄い金属板を2枚の極板の真ん中に入れてみましょう。

すると，上と下のコンデンサーの直列接続と考えることができますね。

この2つのコンデンサーは極板間距離が半分になっています。

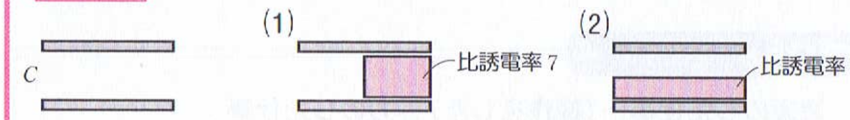
そのため，誘電体を考えない場合の電気容量はそれぞれ$2C$になります。

誘電体を下のコンデンサーにのみ入れると，下のコンデンサーの電気容量は，$2C\times 3=6C$になります。

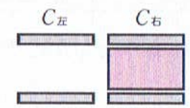
2つのコンデンサーは直列接続なので，合成容量の公式より

$$\frac{1}{C_2}=\frac{1}{2C}+\frac{1}{6C}=\frac{2}{3C} \qquad C_2=\frac{3}{2}C \text{ …答}$$

問 5-8



(1)



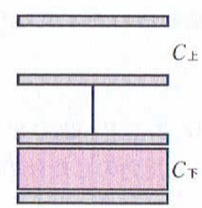
$C=\varepsilon\frac{S}{d}$より，極板面積が半分なので

$$C_{左}=\frac{C}{2}$$

$$C_{右}=\frac{C}{2}\times 7=\frac{7}{2}C$$

合成容量C_1は $C_1=C_{左}+C_{右}=4C$ …答

(2)



$C=\varepsilon\frac{S}{d}$より，極板間距離が半分なので

$$C_{上}=2C$$

$$C_{下}=2C\times 3=6C$$

合成容量C_2は

$$\frac{1}{C_2}=\frac{1}{C_{上}}+\frac{1}{C_{下}}=\frac{1}{2C}+\frac{1}{6C}=\frac{4}{6C}=\frac{2}{3C}$$

ゆえに $C_2=\frac{3}{2}C$ …答

ここまでやったら
別冊 P. 42 へ

5-11 充電されたコンデンサーへの操作

ココをおさえよう！

電源のした仕事＋（操作をした）外力のした仕事
＝静電エネルギーの変化＋発生したジュール熱

ここでは電荷が蓄えられているコンデンサーにいろいろな操作をしたときの，仕事とエネルギーの関係について考えます。
コンデンサーにする操作としては，「極板間を広げる/縮める」や「極板間に誘電体や導体を入れる/抜き出す」などが考えられます。
これらの操作をするときは外力を加える必要があります。
極板どうしが静電気力で引かれ合ったり，挿入する誘電体に静電気力がはたらいたりするためです。

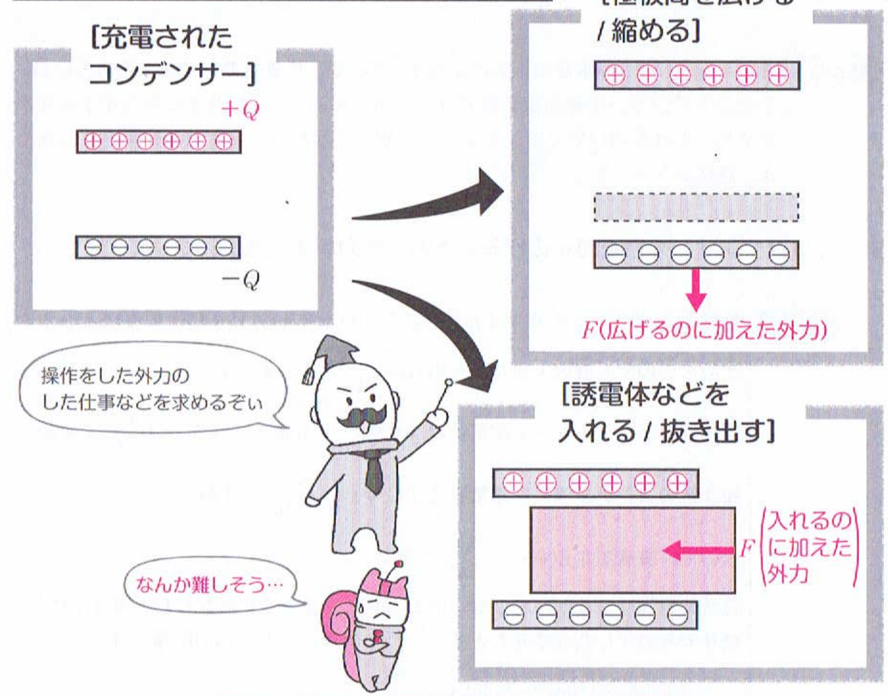
また，これらの操作をするとコンデンサーの電気容量が変わるので，コンデンサーに蓄えられる静電エネルギーも変わります。

問題では，これらの操作をした“外力のした仕事”を問われることがあります。
“外力のした仕事”とは実際に操作をするときに，手で加えた力のした仕事などのことです。
そんなときは5-8でジュール熱を求めたときと同じように，仕事とエネルギーの関係を利用して求めましょう。
つまり，電源がした仕事をW，外力のした仕事をK，回路のもつエネルギーの変化をΔU，発生したジュール熱をJとすると

$$W+K=\Delta U+J$$

となることを利用するのです。
言葉の説明だけではよくわかりませんよね。
次ページからは実際に問題を解いてみましょう。

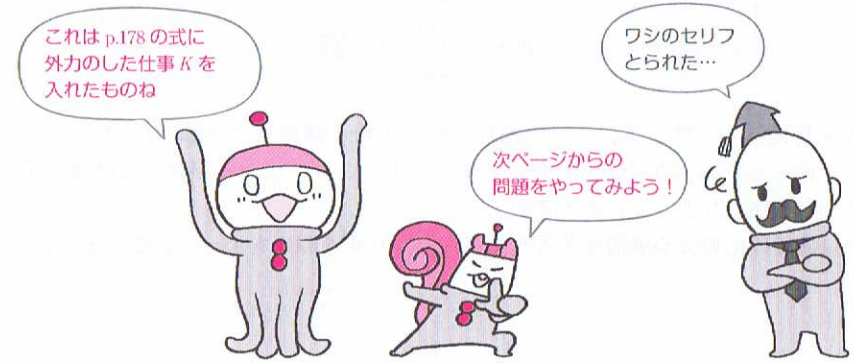
充電されたコンデンサーへの操作



仕事とエネルギーの関係を利用する！

電源のした仕事をW，外力のした仕事をK
静電エネルギーの変化をΔU，発生したジュール熱をJとすると

$$W+K=\Delta U+J$$



問5-9 極板の面積がS，極板間の距離がdのコンデンサーに電気量がQ蓄えられている。このコンデンサーの極板間距離をΔdだけゆっくり広げたときに外力がする仕事を求め，それを用いて，コンデンサーの極板にはたらく静電気力の大きさを求めよ。誘電率をεとする。

まずはコンデンサーの極板間を広げるときの，外力がする仕事についてです。

解きかた 操作の前後でQは不変ですが，Cが変わりますね。Vは変化するかどうかわからないので，静電エネルギーの式は$\dfrac{Q^2}{2C}$を使いましょう。

操作前のコンデンサーの電気容量は$C=\varepsilon\dfrac{S}{d}$，静電エネルギーは$\dfrac{Q^2}{2C}$ですね。

操作後のコンデンサーは電気容量が$C'=\varepsilon\dfrac{S}{d+\Delta d}$ですね。

なので，静電エネルギーは$\dfrac{Q^2}{2C'}$です。

抵抗や電源はつながっていないので，ジュール熱や電源がした仕事は0です。

操作で外力がした仕事をKとすると，エネルギーと仕事の関係より

$$\underbrace{0+K}_{W+K}=\underbrace{\left(\frac{Q^2}{2C'}-\frac{Q^2}{2C}\right)}_{\Delta U}\underbrace{+0}_{+J}$$

$$=\frac{Q^2}{2}\left(\frac{1}{C'}-\frac{1}{C}\right)$$

$$=\frac{Q^2}{2}\left(\frac{d+\Delta d-d}{\varepsilon S}\right)=\frac{Q^2}{2\varepsilon S}\Delta d \cdots \text{答}$$

外力の大きさをFとすると，$F\Delta d=K$より，$F=\dfrac{Q^2}{2\varepsilon S}$ですね。

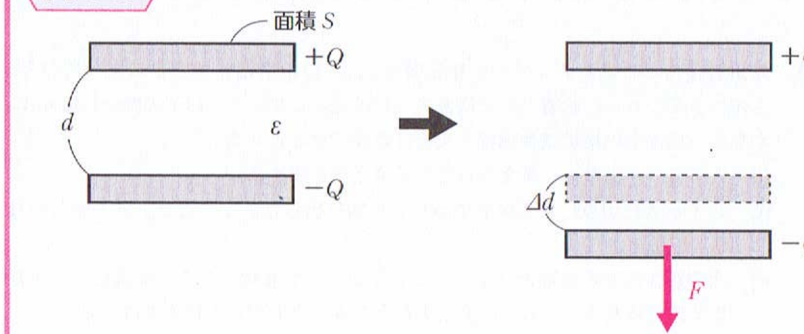
外力は静電気力とつり合っているので大きさは同じです。

よって，静電気力の大きさは $\dfrac{Q^2}{2\varepsilon S}\cdots$答

現象を考えると，コンデンサーの極板には引き合う静電気力がはたらいており，それに逆らって外力が仕事をしたことによって，コンデンサーが蓄える静電エネルギーが増加したということですね。

次では極板間に導体や誘電体を入れたり抜いたりする問題を扱ってみましょう。

問 5-9



Qは不変でCが変化（Vは不明）なので$\dfrac{Q^2}{2C}$を使う。

・操作前 $C=\varepsilon\dfrac{S}{d}$ 静電エネルギー $\dfrac{Q^2}{2C}$

・操作後 $C'=\varepsilon\dfrac{S}{d+\Delta d}$ 静電エネルギー $\dfrac{Q^2}{2C'}$

p.195の $\boxed{W+K=\Delta U+J}$ を利用する。

（ここでは 電源のした仕事$W=0$，ジュール熱$J=0$）

$$\underbrace{0+K}_{W+K}=\underbrace{\left(\frac{Q^2}{2C'}-\frac{Q^2}{2C}\right)}_{\Delta U}\underbrace{+0}_{+J}$$

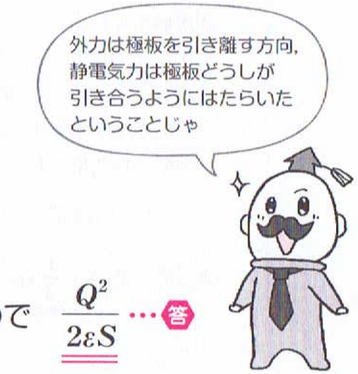
$$K=\frac{Q^2}{2}\left(\frac{1}{C'}-\frac{1}{C}\right)$$

$$=\frac{Q^2}{2}\left(\frac{d+\Delta d-d}{\varepsilon S}\right)$$

$$=\frac{Q^2}{2\varepsilon S}\Delta d\cdots\text{答}$$

$F\Delta d=K$より $F=\dfrac{Q^2}{2\varepsilon S}$

外力と静電気力はつり合うので $\dfrac{Q^2}{2\varepsilon S}\cdots$答



問5-10 電気容量がCのコンデンサーに比誘電率$\varepsilon_r(>1)$の誘電体が完全に入っている。このコンデンサーに起電力Vの電源をつなげた。このとき，以下の問いに答えよ。ただし，電源の内部抵抗や導線の抵抗は無視できるとする。

(1) このコンデンサーに蓄えられている電気量を求めよ。

(2) スイッチを切り，誘電体をゆっくりと取り出した。このとき，外力がした仕事を求めよ。

(3) (2)の操作のあと電源とつないでコンデンサーを充電させた。電源につないだまま誘電体をゆっくりと完全に入れたとき，外力がした仕事を求めよ。

解きかた

(1) 誘電体が入っているコンデンサーの電気容量は$C'=\varepsilon_r C$でしたね。
コンデンサーにかかる電圧はVなので，電気量は$Q=C'V=\boldsymbol{\varepsilon_r CV}$ …答

(2) 取り出す前のコンデンサーの静電エネルギーは $\dfrac{Q^2}{2C'}=\dfrac{\varepsilon_r CV^2}{2}$ ですね。
スイッチを切ったので，操作によって電気量Qは変わりません。
取り出したあとの電気容量はCなので，静電エネルギーは

$$\frac{Q^2}{2C}=\frac{\varepsilon_r^2 CV^2}{2}$$

電源や抵抗がない$(W=0,\ J=0)$ので，外力がした仕事K_1は

$$0+K_1=\frac{\varepsilon_r^2CV^2}{2}-\frac{\varepsilon_r CV^2}{2}+0=\boldsymbol{\frac{\varepsilon_r(\varepsilon_r-1)CV^2}{2}}$$ …答

(3) 電源につないだので，コンデンサーにかかる電圧がVになります。
誘電体を入れる前の静電エネルギーは$\dfrac{1}{2}CV^2$ですね。

誘電体を入れると，電気容量は$\varepsilon_r C$になり，静電エネルギーは$\dfrac{1}{2}\varepsilon_r CV^2$

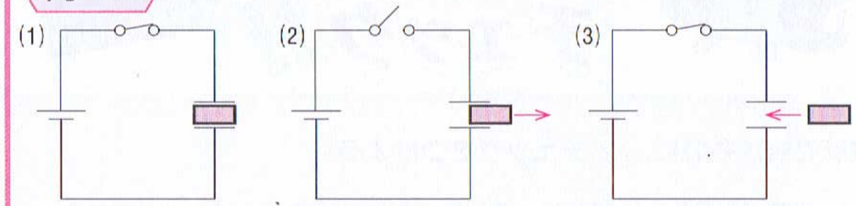
今度は電源がつながっているので，電源がした仕事も考えます。
誘電体を入れると，コンデンサーに蓄えられた電荷はCVから$\varepsilon_r CV$に増えたので，電源は$(\varepsilon_r-1)CV$の電気量をVだけ持ち上げたことになります。
抵抗はないですし，電源の内部抵抗も導線の抵抗も無視できるので，ジュール熱は考えません。
外力がした仕事をK_2とすると，仕事とエネルギーの関係より

$$(\varepsilon_r-1)CV^2+K_2=\frac{1}{2}\varepsilon_r CV^2-\frac{1}{2}CV^2+0$$

よって $K_2=\boldsymbol{-\dfrac{1}{2}(\varepsilon_r-1)CV^2}$ …答

5

問5-10



(1) $Q=C'V=\varepsilon_r CV$ …答

(2) 誘電体を取り出す前後でQは一定(電源と切り離されたので)

取り出す前の静電エネルギー $\dfrac{Q^2}{2C'}=\dfrac{\varepsilon_r CV^2}{2}$

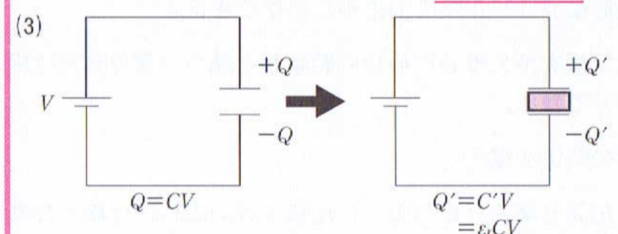
取り出した後の静電エネルギー $\dfrac{Q^2}{2C}=\dfrac{\varepsilon_r^2 CV^2}{2}$

電荷が一定で容量が変化するので $\dfrac{Q^2}{2C}$ を用いる

電源のした仕事$W=0$，ジュール熱$J=0$より

外力のした仕事 $K_1=\dfrac{Q^2}{2C}-\dfrac{Q^2}{2C'}=\dfrac{\varepsilon_r(\varepsilon_r-1)CV^2}{2}$ …答

(3)



電源のした仕事Wは
$W=(Q'-Q)V$
$=(\varepsilon_r-1)CV^2$

・挿入前の静電エネルギー $\dfrac{1}{2}CV^2$

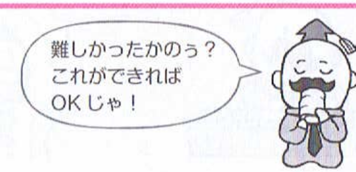
・挿入後の静電エネルギー $\dfrac{1}{2}C'V^2=\dfrac{1}{2}\varepsilon_r CV^2$

電圧が一定で容量が変化するので $\dfrac{1}{2}CV^2$ を用いる

ジュール熱$J=0$より外力のした仕事をK_2とすると

$$(\varepsilon_r-1)CV^2+K_2=\frac{1}{2}\varepsilon_r CV^2-\frac{1}{2}CV^2+0$$

$$K_2=-\frac{1}{2}(\varepsilon_r-1)CV^2$$ …答



ここまでやったら
別冊 P.46へ