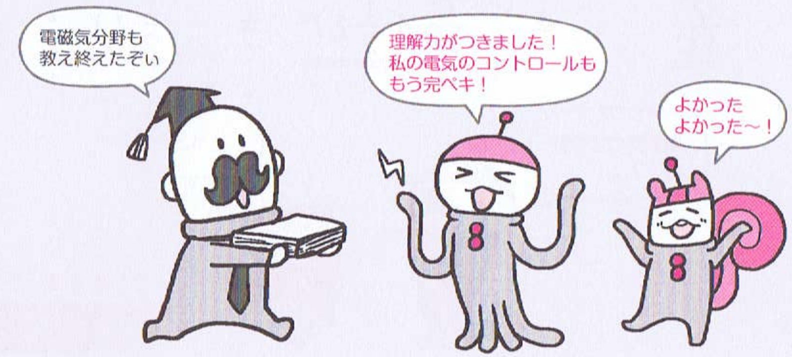
# ハカセの宇宙一キビしいチェック!!

**理解できたものに，☑チェックをつけよう。**

- ☐ 交流の最大値と実効値の関係を覚えた。
- ☐ 抵抗を流れる交流では，電流と電圧は足並みをそろえて変化する。
- ☐ コンデンサーを流れる交流では，電流は電圧よりも $\frac{\pi}{2}$ だけ位相が進む。
- ☐ コイルを流れる交流では，電流は電圧よりも $\frac{\pi}{2}$ だけ位相が遅れる。
- ☐ 容量リアクタンスと誘導リアクタンスの式を覚えた。
- ☐ 最大値と実効値に関しては，オームの法則が使える。コンデンサーとコイルの場合は，抵抗の部分にリアクタンスが入る。
- ☐ RLC直列回路における電流（電圧）の進み具合を矢印で表せる。
- ☐ 抵抗の消費電力の時間平均は $\overline{P}=V_e I_e$ と表せるが，コイルとコンデンサーは時間平均すると，電力を消費しない。
- ☐ 電気振動の周期は $T=2\pi\sqrt{LC}$ と表される。
- ☐ 抵抗を含まない電気振動回路ではコンデンサーとコイルのエネルギーの和は保存される。




Chapter

# 8

# 交流

Chapter

# 8 交流

## はじめに

電磁気で最後となるこのChapterで扱うのは交流です。
私たちの家庭に届けられている電気は直流ではなく交流です。
交流の電気が家庭に送られてきて，一部の電気機器では内部で直流に変換して，
私たちの生活に役立っているのですよ。

交流は，sinやcosを含む式が出てきたり，リアクタンスやインピーダンスなどといった難しい言葉も出てきます。ですから，多くの受験生が「難しいと思い込んでしまっている」単元であると思います。
しかし，分量は比較的少なく，問題のパターンも多くないので，
理解してしまえば，必ず得点源にできます。

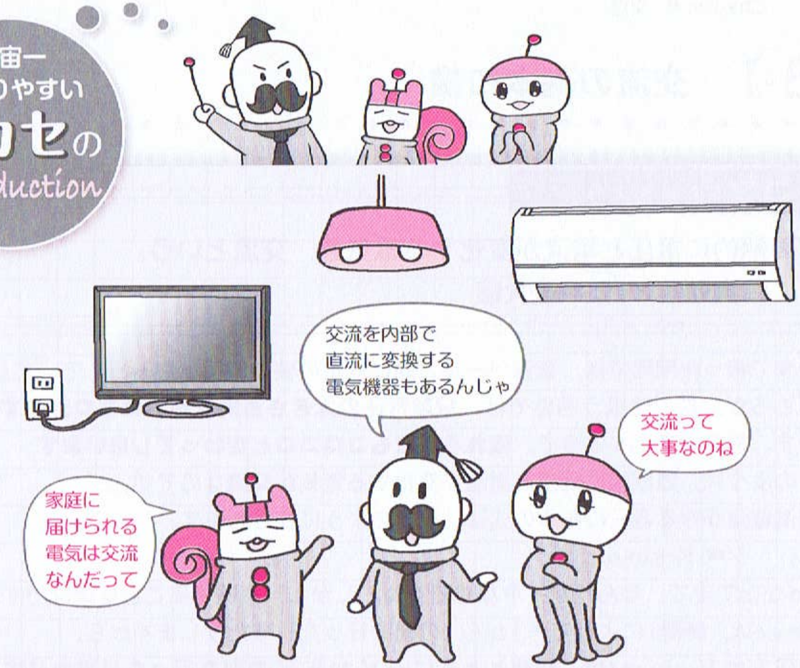
交流のイメージが湧くように，特徴をとらえて教えていきますので
式のややこしさに惑わされずについてきてくださいね。

この章を乗り切って，電磁気をマスターしましょう！

**この章で勉強すること**

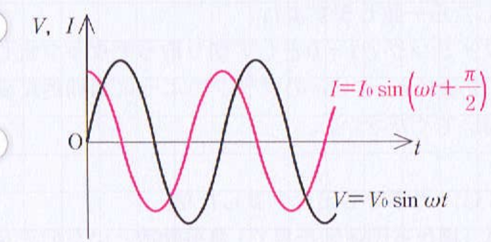
最初に，交流にまつわる基本事項をおさえます。
そして，交流電源に抵抗，コンデンサー，コイルをつないだとき，
それぞれどのように扱っていくのかを学びます。
また，電気振動についてもこの章で説明していきます。

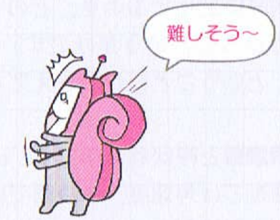


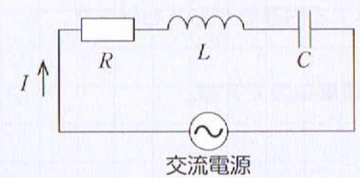

**[電圧と電流の時間変化]**

コンデンサーを流れる交流




**[R，L，Cの回路]**




$$V=\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}\cdot I$$

# 8-1 交流の基本知識

**ココをおさえよう！**

**周期的に電圧と電流が変化する電気を，交流という。**
**実効値×$\sqrt{2}$＝最大値**

今まで扱った回路では，電源が一定方向に一定の値の電圧を生み出していました。ところが，ここで扱う回路では，**電源電圧の大きさも向きもコロコロ変化する**のです。電圧が変化するので，**流れる電流もコロコロと変わってしまいます**。
このように，周期的に電圧と電流が変化する電気が**交流**なのです。
交流電源が作る電圧の基本の式は，以下のように表されます。

$$V = V_0 \sin \omega t$$

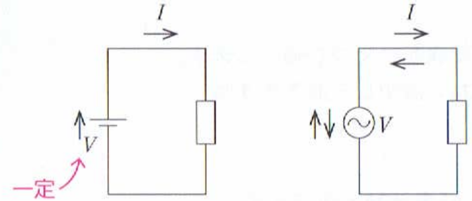
sinが出てきて，なんだかイヤな式ですね。しかし，意味することは単純です。
$\sin \omega t$は，時間$t$によって$-1$から1の間を行ったり来たりしますから，
**電圧 $V = V_0 \sin \omega t$は，時間とともに$-V_0$から$V_0$の間を行ったり来たりする**のです。
$\sin \omega t$ではなく，$\cos \omega t$などで与えられることもありますが，難しくありません。
sinのグラフもcosのグラフもずらしたら一致しますよね。
$V$が周期的に変化するのを，どのタイミングで$t=0$として切り取ってグラフ化したか，というのが違うだけです。「交流はsinやcosのグラフのように周期的に変化する」ということだけおさえておいてください。

$\omega$は**角周波数**と呼ばれる値です。$\omega$は，力学でも出てきましたね。
等速円運動では角速度，単振動では（横から円運動を見て）角振動数というのでした（『力学・波動編』p.196，248参照）。
**sin型やcos型のグラフは，等速円運動を横から見たときの高さの変化と時間の関係をグラフにしたものと等しい**です。
ですから，電圧$V_0 \sin \omega t$のグラフにも，対応する円運動があるわけです。
それは**角速度 $\omega$，半径 $V_0$の円運動**です。
つまり，**角周波数は，対応する円運動での角速度**なのですね。

また，$V_0 \sin \omega t$の$\omega t$は**位相**と呼ばれます。
「位相」と聞くだけでイヤになるかもしれませんが，難しく考える必要はないですよ。「**位相＝sin○○やcos○○の○○のこと**」と覚えておきましょう。

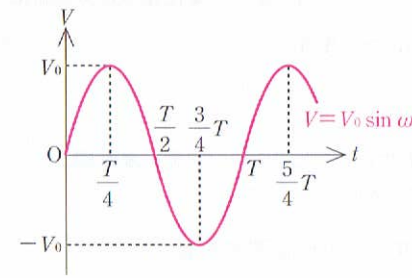


**今まで…**　**交流**



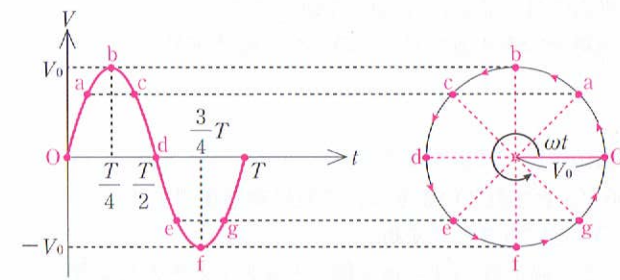

Vも Iも
コロコロ変化する


**交流電源の電圧　$V = V_0 \sin \omega t$のグラフ**





**角周波数$\omega$**




ここで，交流に関して覚えておきたい知識をいくつか紹介します。
力学や波動で出てきた用語も復習をかねて説明しておきますね。

① 周期 $T$ と周波数 $f$ の関係
交流が**1回振動するのに要する時間 $T$〔s〕を周期**と呼びます。
**1秒間に交流が振動する回数 $f$〔Hz〕を周波数**と呼びます。

1秒間に $f$ 回振動するのですから，1回振動するのにかかる秒数は $\frac{1}{f}$〔s〕です。
1回振動するのにかかる秒数は，周期 $T$ そのものです。
よって $T=\frac{1}{f}$ もしくは $f=\frac{1}{T}$ となります（『力学・波動編』p.276）。
家庭に届けられる交流の周波数 $f$ は50 Hzです（西日本では60 Hz）。
周期 $T=\frac{1}{f}=0.020$〔s〕となるので，家庭のコンセントに届いた電圧は0.020 s間に1回のペースで行ったり来たりしていることになります。

② 角周波数 $\omega$ と周期 $T$ の関係
円運動の角速度と周期の関係を考えると $\omega T=2\pi$ でしたね（『力学・波動編』p.198）。角周波数は角速度を呼び直したものなので，
$\omega T=2\pi$，また $\omega=\frac{2\pi}{T}\ (=2\pi f)$ となります。これも復習ですね。

③ 実効値と最大値
私たちの家庭に届く電気は交流なので，絶えず電圧は変化しているのですが，「電圧は100 sin (500 $t$)〔V〕です」なんて表現されていたら，よくわからないですよね。
ですので，**実効値**という値で表現をしています。
実効値は「交流の電圧や電流の最大値を $\sqrt{2}$ で割った値」です。
すなわち，交流電圧と交流電流の最大値が $V_0$，$I_0$ のとき，実効値 $V_e$，$I_e$ は

$$V_e=\frac{V_0}{\sqrt{2}} \qquad I_e=\frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

と表されます（$\sqrt{2}$ で割る理由は8-6で説明します）。
家庭用の交流電圧は「100 V」とされていますが，これは実効値です。
最大値は $\sqrt{2}\times 100 \fallingdotseq 141$〔V〕ということですね。
「"最大値"のほうが大きいから実効値 $\times\sqrt{2}=$ 最大値」と覚えておきましょう。

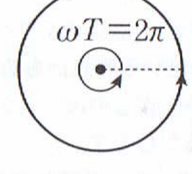


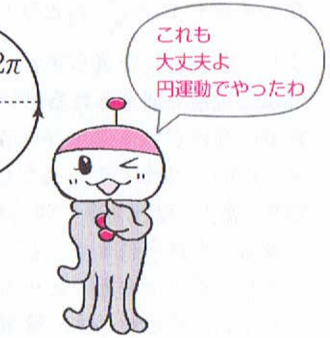
## ① 周期 $T$ と周波数 $f$


1回振動するのにかかる時間 $T$：周期
1秒間に（交流が）振動する回数 $f$：周波数

$$\boxed{f=\frac{1}{T} \text{ または } T=\frac{1}{f}}$$

## ② 角周波数 $\omega$ と周期 $T$




1周期 $T$ でグルッと1周
なので $2\pi$〔rad〕

$$\boxed{\begin{aligned}\omega T&=2\pi\\ \omega&=\frac{2\pi}{T}\end{aligned}}$$

## ③ 実効値と最大値


実効値 $V_e$，$I_e$
最大値 $V_0$，$I_0$ とすると

$$\boxed{\begin{aligned}&V_e=\frac{V_0}{\sqrt{2}},\quad I_e=\frac{I_0}{\sqrt{2}}\\ &V_0=\sqrt{2}\,V_e,\quad I_0=\sqrt{2}\,I_e\end{aligned}}$$

次に**変圧器**についてお話ししましょう。
変圧器とは相互誘導を利用し，交流の電圧を変化させる装置です。

鉄心に2つのコイルを巻き，片方のコイル(1次コイル)に交流電流を流すと，鉄心の中の磁束が変化し，電磁誘導によってもう一方のコイル(2次コイル)に交流電圧が生じます。このとき，1次コイル，2次コイルの巻き数を$N_1$，$N_2$とし，1次コイル，2次コイルに生じる電圧を$V_1$，$V_2$とすると，次の式が成り立ちます。

$$\frac{V_1}{V_2}=\frac{N_1}{N_2}$$

変形すると$V_2=\dfrac{N_2}{N_1}V_1$となりますので，巻き数$N_2$を増やせば$V_2$は大きくなりますし，巻き数$N_2$を減らすと$V_2$は小さくなります。つまり，**交流は変圧器によって，簡単に電圧を変えられるという利点がある**のです。
家庭に届けられる電気が交流なのは，この利点のおかげで，送電の際の電力のロス（損失）が少なくできるからです。
電気（電力）は発電所で作られ，電線を通り，変圧器の役割の変電所を複数経てから家庭へと送られます。とても長い距離の電線を通るので，電線の抵抗$R$に電流$I$が流れることによるジュール熱$RI^2$の発生が問題になります。
それに対応するために，**発電所は高電圧で電気（電力）を送り出すのです。**

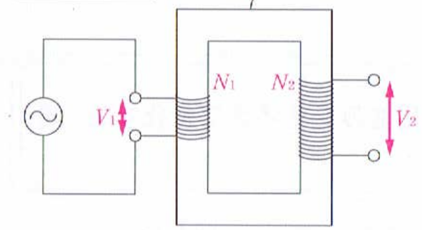
ある発電所から変電所までの送電の様子を簡単に図にすると右ページのようになります。送電線の抵抗は1つにまとめて2.00 Ωが2つとしています。
例えば発電所から100000 W＝100 kWの電力を変電所へ送るのに，
【1】 1000 V × 100 A＝100 kWとして送る場合
【2】 10000 V × 10 A＝100 kWとして送る場合
を考えると，右ページの図より，【1】では抵抗で40000 Jもジュール熱が消費されており，変電所の電圧が600 Vまで下がるのに対し，【2】では400 Jだけのジュール熱の消費ですみ，変電所の電圧は9960 Vでロスが少なくなっていますね。

交流は変圧器を用いれば，電圧を調節することができますから，発電所から送られた電力は複数の変電所を経てから，最終的には100 Vの交流電源として各家庭に届けられるのです。家庭に届く電気が交流なのは，発電した電気をムダにしないための知恵なのですね。



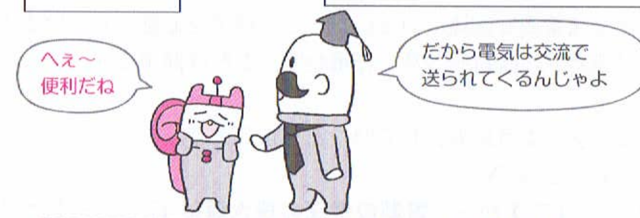


変圧器



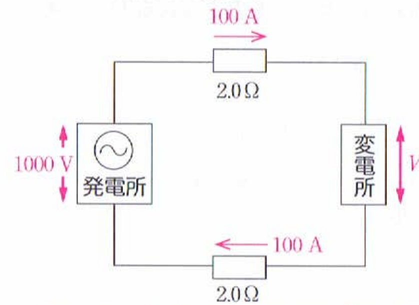

$$\frac{V_1}{V_2}=\frac{N_1}{N_2}$$

$V_2=\dfrac{N_2}{N_1}V_1$より巻き数$N_2$しだいで電圧が調節できる！



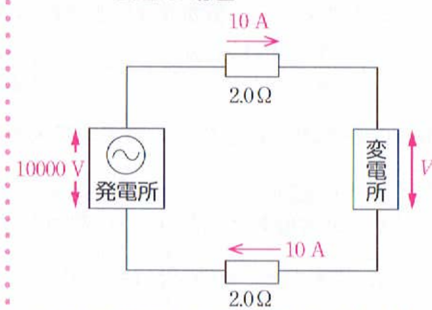

## 発電所から変電所への送電について

【1】 1000 V×100 A＝100 kW を送る場合




$1000-\underbrace{2.0\times100}_{RI}-V-\underbrace{2.0\times100}_{RI}=0$
$V=600$〔V〕
抵抗でのジュール熱
$RI^2\times2=40000$〔J〕

【2】 10000 V×10 A＝100 kW を送る場合




$10000-2.0\times10-V-2.0\times10=0$
$V=9960$〔V〕
抵抗でのジュール熱
$RI^2\times2=400$〔J〕


ここまでやったら
別冊 P. 69へ

# 8-2 抵抗を流れる交流

**ココをおさえよう！**

**抵抗をつないだ場合，電流と電圧は足並みをそろえて変化する（同位相）。**

ここからは交流電源を回路につないだときの様子をお話ししていきます。
まずは，交流電源に抵抗をつないだ場合で，これは簡単です。

電源の電圧は次のように変化していたとしましょう。

$$V = V_0 \sin \omega t \,[\mathrm{V}]$$

$-1 \leqq \sin \omega t \leqq 1$ですから，**電源の電圧の最大値は** $V_0$で，$-V_0 \leqq V \leqq V_0$ということです。「電圧の向きは周期的に行ったり来たりするけど，最大で$V_0$まで」と考えてもよいです。

回路を流れる電流$I$〔A〕を求めます。
オームの法則から，抵抗$R$〔Ω〕を流れる電流$I$〔A〕は，以下のようになりますね。

$$I = \frac{V}{R} = \frac{V_0 \sin \omega t}{R} = I_0 \sin \omega t \quad \left(\frac{V_0}{R} = I_0\text{とおいた}\right)$$

電圧の最大値が$V_0$なので，電流の最大値$I_0$は$\dfrac{V_0}{R}$となります。

$V = V_0 \sin \underline{\omega t}$のときに，$I = I_0 \sin \underline{\omega t}$となることより，電流と電圧は同じタイミングで，最大値をとったり，0になったりします。

$\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ですから，$\omega t = \dfrac{2\pi}{T} t$なので，

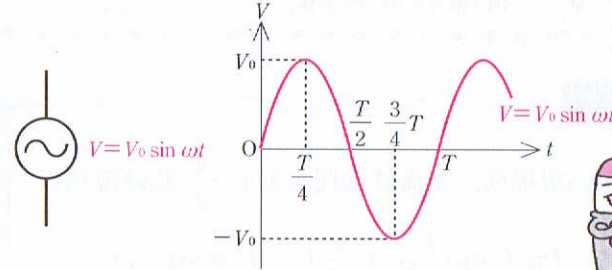
$t = \dfrac{T}{4}$のときは　$V = V_0 \sin \underline{\omega t} = V_0 \sin \underline{\dfrac{\pi}{2}} = V_0$　，　$I = I_0 \sin \underline{\omega t} = I_0 \sin \underline{\dfrac{\pi}{2}} = I_0$

$t = \dfrac{T}{2}$のときは　$V = V_0 \sin \underline{\omega t} = V_0 \sin \underline{\pi} = 0$　，　$I = I_0 \sin \underline{\omega t} = I_0 \sin \underline{\pi} = 0$

sin○○やcos○○の○○を位相といいましたね。抵抗をつないだ場合は，電流と電圧は位相が同じになるということです。これを**同位相**の関係にあるといいます。

$V$と$I$の変化のグラフを表すと，右ページの図のようになります。抵抗を流れる電流は，電源の電圧と足並みをそろえて変化しているとわかりますね。

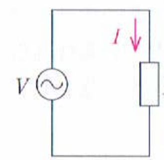






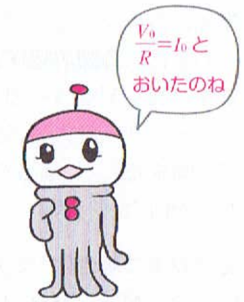
8

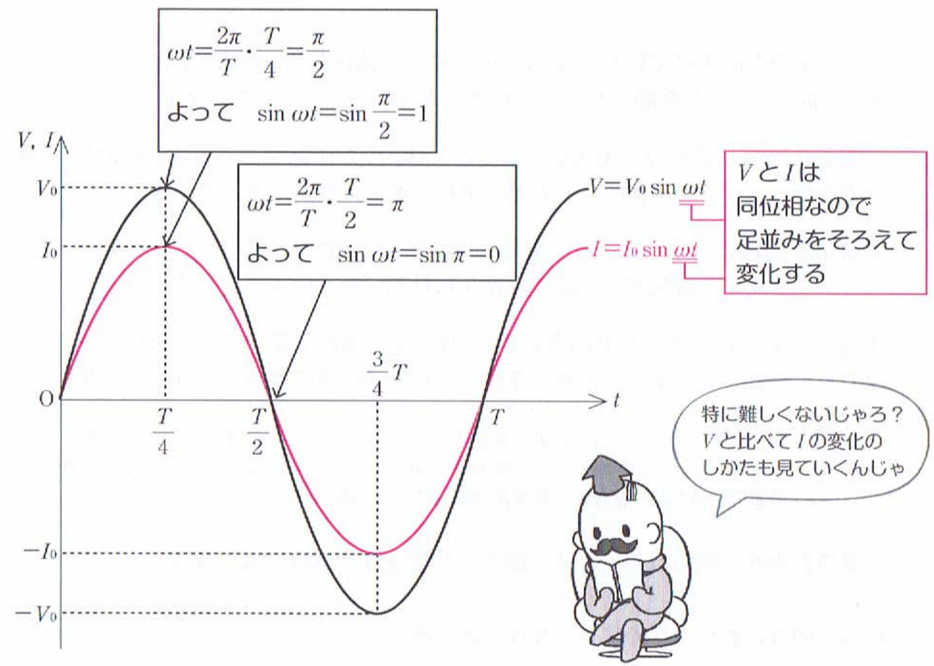
**抵抗を流れる交流**




オームの法則より

$$I = \frac{V}{R} = \frac{V_0 \sin \omega t}{R}$$
$$= \boldsymbol{I_0 \sin \omega t}$$



# 8-3 コンデンサーを流れる交流

**ココをおさえよう！**

コンデンサーをつないだ場合，電流は電圧よりも $\frac{\pi}{2}$ だけ位相が早く進む。すなわち　$I=I_0\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)$　$(I_0=\omega CV_0)$

交流にコンデンサーやコイルを接続すると，抵抗の場合とは異なり，足並みがそろわずに，**電源の電圧と回路に流れる電流にズレが生じてしまいます。**
まずはコンデンサーの場合を，電荷の動きをイメージしつつ考えていきましょう。
コンデンサーは人気の広場で，スイッチを入れた瞬間に電流がMaxで流れ込む（電荷が集まる），しばらくすると電流が流れなくなる（電荷の移動がなくなる）のでしたね（p.172～175）。

交流電源の場合は「交流電源の電圧の向きが変わる瞬間（$V=0$）」=「コンデンサーに電流がMaxで流れ込む瞬間」となります。
向きが変わる瞬間は，直流でスイッチを入れる瞬間と同じですからね。

①交流電源の向きが変わる瞬間（$V=0$），多くの電荷たちは「よし，人気の広場（極板）へ向かおう」と極板へかけ込むので，電流値$I$がMaxになります。

②電圧がMaxに向かって増え始めるころには，コンデンサー広場は混み始め，「混んできたし，行くのやめよう」と思う電荷が増え，電流は減っていきます。

③電圧がMaxになるときには，電流は0になり，流れなくなってしまうのです。
コンデンサーには電荷がいっぱいに蓄えられているということですね。

④電圧がMaxから下がり始めると，「今なら逆の極板は空いているから穴場だな，逆向きに移動してみよう」と思う電荷が現れ，逆向きの電流が流れ始めます。

**補足** 電圧1周0ルールから，電源の電圧とコンデンサーにかかる電圧はいつでも等しくなります。$Q=CV$なので，$V$が最大から減っていくと$Q$が減っていく，つまり逆向きの電流が流れる（逆向きに電荷が移動していく）のです。

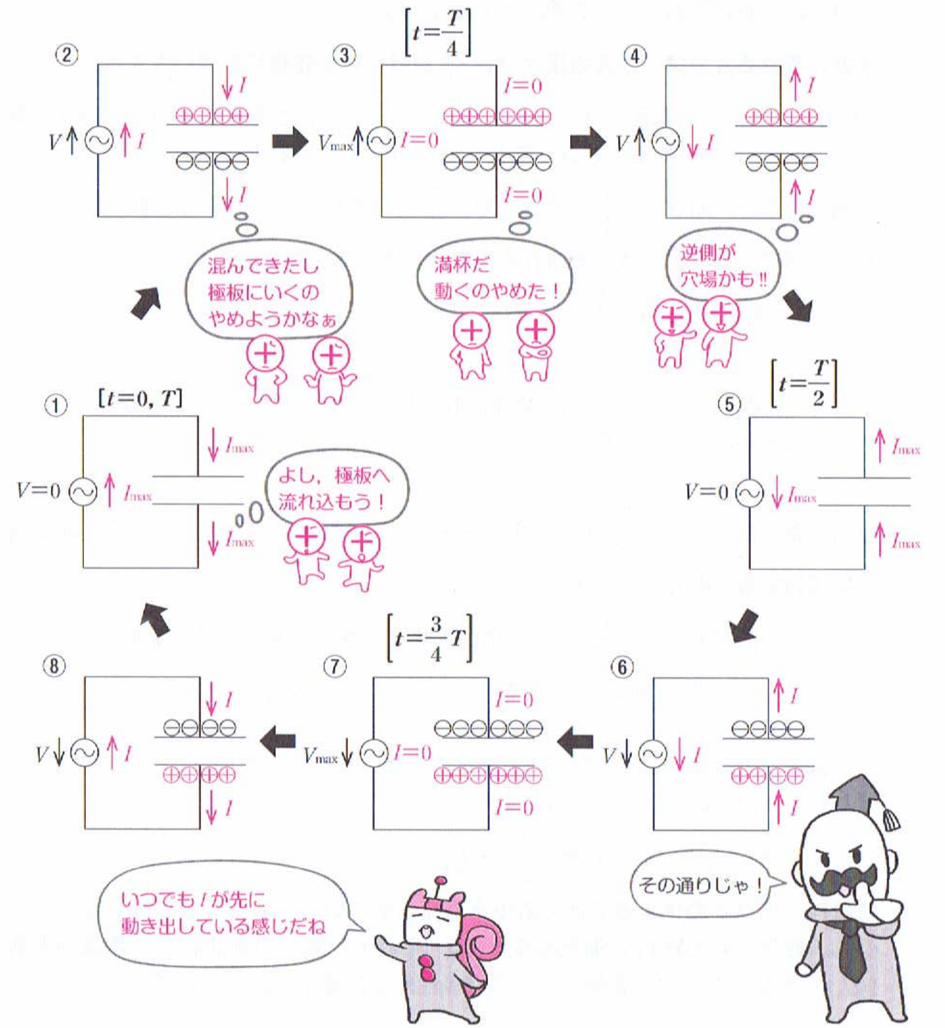
⑤電圧の向きが変わるころには，逆向きの電流値がMaxになります。

以降，同様に右ページの①～⑧が繰り返されるのです。



8

## コンデンサーを流れる交流

前ページの，時間，電圧，コンデンサーを流れる電流の3つの関係をまとめたのが右ページの表です。電源の電圧を $V=V_0\sin\omega t$〔V〕としています。

表を見ると，**電流が電圧の変化を先取りしている**のがわかりますね。
これこそが，交流におけるコンデンサーの特徴です。

グラフにすると，右ページの図のようになります。

**回路に流れる電流は，電源電圧よりも $\frac{T}{4}$ だけ変化を先取りしていますね。**

（右側にずれている電圧のほうが先に進んでいるようにも見えますが，横軸は時間 $t$ ですから，右側にあるほど遅く変化しているってことですよ！）

位相でいうと，$\omega t$ に $t=\frac{T}{4}$ を代入して，$\frac{\pi}{2}$ だけ先取りしているのです。

したがって，コンデンサーを流れる電流は次のように表されます。

$$I=I_0\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)$$

ここで，$I_0$ は　$I_0=\omega CV_0$　（$\omega$：角周波数，$C$：コンデンサーの電気容量）
となることがわかっています。

抵抗回路における $I_0=\frac{V_0}{R}$ と比べてみると，コンデンサーにおいては $\frac{1}{\omega C}$ **が抵抗 $R$ に相当する**と考えられます。

この抵抗 $R$ に相当する $\frac{1}{\omega C}$ という値は**容量リアクタンス**と呼ばれます。

コンデンサーの抵抗値のようなものと認識しておいてください。

この容量リアクタンスを，抵抗 $R$ と考えて，オームの法則を使うことができます。
すなわち，以下の式が成り立ちます。

$$V_0=\frac{1}{\omega C}\cdot I_0 \quad \left(V_e=\frac{1}{\omega C}\cdot I_e\right)$$

これは，刻々と変化する交流の電圧と電流の間でいつでも成り立つ式ではありません。電圧の最大値 $V_0$ と電流の最大値 $I_0$（もしくは電圧の実効値 $V_e$ と電流の実効値 $I_e$）の間に成り立つ，数値としての関係性だと認識しておいてください。



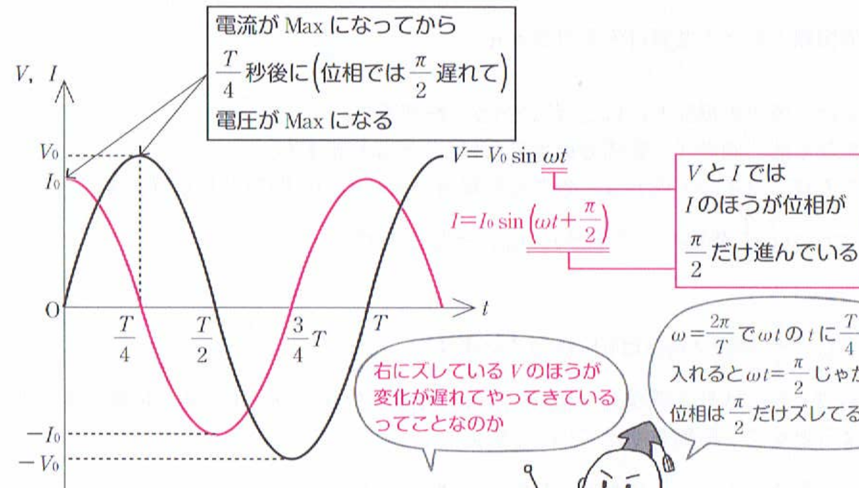
8

## コンデンサーを流れる交流（つづき）

| 時間 $t$ | $0$ | $\frac{T}{4}$ | $\frac{T}{2}$ | $\frac{3}{4}T$ | $T$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 電圧 $V$ | $0$ | $V_{max}$ | $0$ | $-V_{max}$ | $0$ |
| 電流 $I$ | $I_{max}$ | $0$ | $-I_{max}$ | $0$ | $I_{max}$ |


⇒電流は電圧よりも $\frac{T}{4}$ 早く変化している！

## コンデンサーをつないだときの $V$ と $I$ の変化のグラフ





## 容量リアクタンス

コンデンサーをつないだときの電流の流れにくさを表したもの。
（抵抗 $R$ に相当するもの）

$$V_0=\frac{1}{\omega C}\cdot I_0 \quad \left(V_e=\frac{1}{\omega C}\cdot I_e\right)$$

# 8-4 コイルを流れる交流

**ココをおさえよう！**

コイルをつないだ場合，電流は電圧よりも位相が $\dfrac{\pi}{2}$ だけ遅れる。

すなわち　$I=I_0\sin\left(\omega t-\dfrac{\pi}{2}\right)$　$\left(I_0=\dfrac{V_0}{\omega L}\right)$

今度はコイルをつないだ場合を考えます。
p.276，277でやったコイル回路を思い出しましょう。
コイルは，ビックリして電流を流したがらないので，大きな電流が流れるまでには少し時間がかかりました。

交流回路でもその性質は変わりません。

例えば，最大の電圧 $V_0$ ($V_{\max}$) がかかった瞬間です。
抵抗ならば，同時に，電流も最大の $I_0$ ($I_{\max}$) となりますね。
ところが，コイルの場合は，きちんと電流が流れるのに時間がかかります。
具体的には $\dfrac{T}{4}$ **秒後**に，電流が $I_0$ ($I_{\max}$) となるのです。

しかし，$\dfrac{T}{4}$ 秒後は電圧は0になっています。
でもコイルには最大電流 $I_0$ ($I_{\max}$) が流れていますから，コイルはすぐに電流を0にしようとせず，時間をかけて0にします。
流れる電流が0になるのは，そこから $\dfrac{T}{4}$ 秒後です。

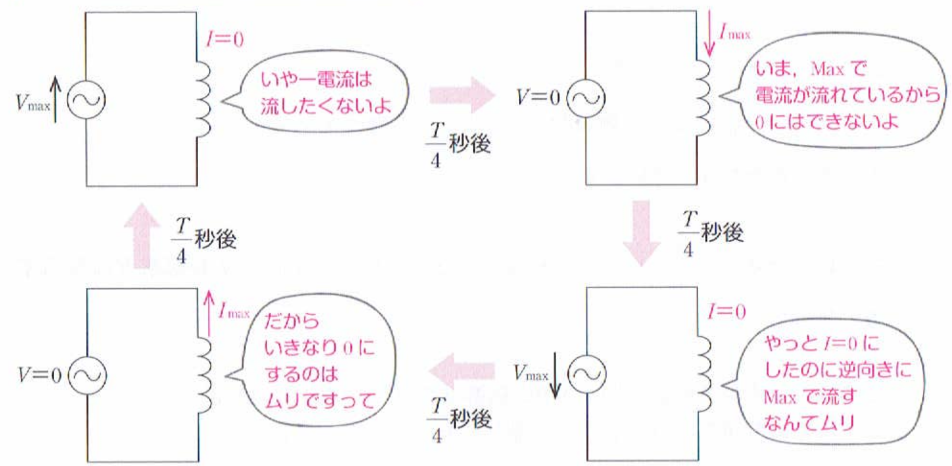
つまり，電源の電圧が $V=V_0\sin\omega t$〔V〕とすると，時間と電源電圧，コイルを流れる電流の関係は，右ページの表のようになります。

このように，**電流が電圧の変化に遅れてやってくる**のがコイルの特徴です。
コイルは変化を嫌い，マイペースにやろうとするので，電圧に少し遅れてついていくのですね。



## コイルを流れる交流


## 電圧と電流の変化の様子




| 時間 $t$ | 0 | $\frac{T}{4}$ | $\frac{T}{2}$ | $\frac{3}{4}T$ | $T$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 電圧 $V$ | 0 | $V_{\max}$ | 0 | $-V_{\max}$ | 0 |
| 電流 $I$ | $-I_{\max}$ | 0 | $I_{\max}$ | 0 | $-I_{\max}$ |


⇒ 電流は電圧よりも $\dfrac{T}{4}$ 遅れて変化している！

電源電圧が $V=V_0\sin\omega t$〔V〕で表されるとして，電源電圧の変化と，コイルをつないだ回路に流れる電流の変化をグラフにして見ていきましょう。

回路に流れる電流は電源の電圧よりも $\frac{T}{4}$ だけ遅れていますが，$\omega t$ に $t=\frac{T}{4}$ を代入すると $\frac{\pi}{2}$ なので，**電流は電圧よりも $\frac{\pi}{2}$ だけ位相が遅れている**といえます。

したがって，コイルを流れる電流は次のように表されます。

$$I=I_0\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)$$

ここで，$I_0$ は

$$I_0=\frac{V_0}{\omega L}\quad(\omega：角周波数，L：コイルの自己インダクタンス)$$

となることがわかっています。

抵抗における $I_0=\frac{V_0}{R}$ と比べてみると，コイルにおいては **$\omega L$ が抵抗 $R$ に相当する**と考えられます。

この抵抗に相当する **$\omega L$** という値は**誘導リアクタンス**と呼ばれます。
コイルの抵抗値のようなものと認識しておいてください。

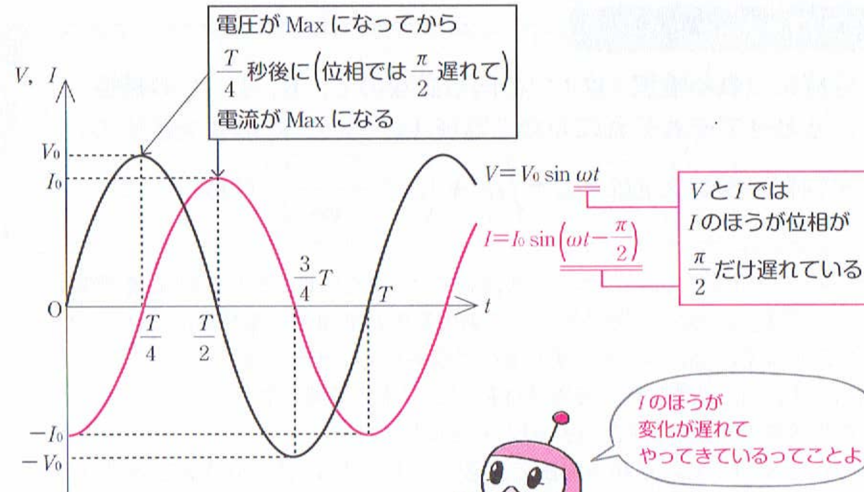
この誘導リアクタンスを，抵抗 $R$ と考えて，オームの法則を使うことができます。
すなわち，以下の式が成り立ちます。

$$V_0=\omega L\cdot I_0\quad(V_e=\omega L\cdot I_e)$$

これもコンデンサーの容量リアクタンス(p.294)の場合と同じく，刻々と変化する交流の電圧と電流の間でいつでも成り立つ式ではありません。
電圧の最大値 $V_0$ と電流の最大値 $I_0$（もしくは電圧の実効値 $V_e$ と電流の実効値 $I_e$）の間に成り立つ，数値としての関係性だと認識しておいてください。



## コイルをつないだときの $V$ と $I$ の変化のグラフ

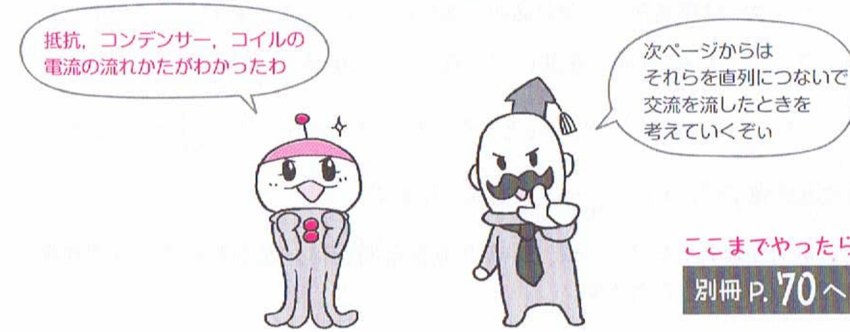




## 誘導リアクタンス

コイルをつないだときの電流の流れにくさを表したもの。
（抵抗 $R$ に相当するもの）

$$V_0=\omega L\cdot I_0\qquad(V_e=\omega L\cdot I_e)$$


ここまでやったら 別冊 P. 70へ

# 8-5 RLC直列回路

**ココをおさえよう！**

**回路に流れる電流 $I$ は1つの同じ式なので，R，L，Cの特性に合わせてそれぞれにかかる電圧 $V_R$，$V_L$，$V_C$ の式を決める。**

**インピーダンス $Z$ は　$Z=\sqrt{R^2+\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right)^2}$〔Ω〕**

抵抗R，コイルL，コンデンサーCを直列につないだ回路のことを**RLC直列回路**といいます。p.290～299で得た，交流の電圧と電流の知識が身についていればわかります。ひとつひとつ落ち着いて理解していきましょう。
直列ですから，回路に流れる電流はR，L，Cすべて同じなので，
この交流電流の式を $I=I_0\sin\omega t$ とおきましょう。
このときR，L，Cにかかる電圧である $V_R$，$V_L$，$V_C$ はどういう式で表されるでしょうか？（電源電圧 $V$ の式もわかりません。）

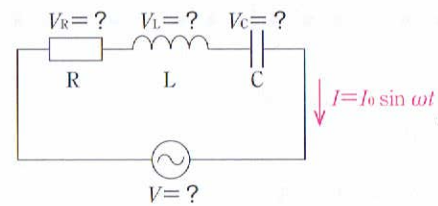
抵抗にかかる電圧 $V_R$ は，電流と位相が同じになりますので，抵抗にかかる電圧の最大値を $V_{R0}$ とすると $V_R=V_{R0}\sin\omega t$ となります。
また最大値では，$V_{R0}=RI_0$ も成立します。

コイルはマイペースなので電流が流れにくく，電圧に対して遅れているのでしたね。ということは，電流よりも電圧のほうが早く変化することになります。
電圧 $V_L$ は，電流より位相が $\dfrac{\pi}{2}$ 進んでいるので，コイルにかかる電圧の最大値を $V_{L0}$ とすると $V_L=V_{L0}\sin\left(\omega t+\dfrac{\pi}{2}\right)$ となります。
また最大値では，$V_{L0}=\omega L\cdot I_0$ も成立します。

コンデンサーは電流が先に流れ込み，電圧はそれに対して遅れているのでしたね。コンデンサーにかかる電圧 $V_C$ は，電流より位相が $\dfrac{\pi}{2}$ 遅れるので，コンデンサーにかかる電圧の最大値を $V_{C0}$ とすると $V_C=V_{C0}\sin\left(\omega t-\dfrac{\pi}{2}\right)$ となります。
また最大値では，$V_{C0}=\dfrac{1}{\omega C}\cdot I_0$ も成立します。
同じ電流が流れていても，R，L，Cにかかる電圧は，違うタイミングで変化をしているということです。





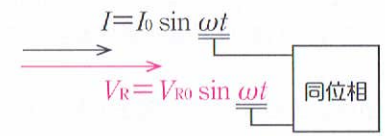




**【抵抗 R にかかる電圧 $V_R$】**
抵抗では電流と電圧は同位相。
（sin○○の○○が同じ）

$$V_R=V_{R0}\sin\omega t$$

最大値　$V_{R0}=RI_0$

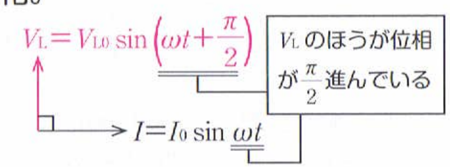



**【コイル L にかかる電圧 $V_L$】**
コイルでは電流は電圧より遅れて変化。

電圧は電流より $\dfrac{\pi}{2}$ 進んでいる。

$$V_L=V_{L0}\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)$$

最大値　$V_{L0}=\omega LI_0$

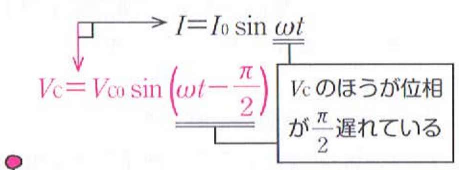



**【コンデンサー C にかかる電圧 $V_C$】**
コンデンサーでは電流は電圧より早く変化。

電圧は電流より $\dfrac{\pi}{2}$ 遅れている。

$$V_C=V_{C0}\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)$$

最大値　$V_{C0}=\dfrac{1}{\omega C}I_0$




前ページの回路を続いて見ていきましょう。p.300の話から
$V_R$は電流と位相が変わらず　$V_R=RI_0\sin\omega t$
$V_L$は電流より位相が $\frac{\pi}{2}$ だけ進み　$V_L=\omega LI_0\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)$
$V_C$は電流より位相が $\frac{\pi}{2}$ だけ遅れ　$V_C=\frac{1}{\omega C}I_0\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)$
ということですね。

$\frac{\pi}{2}$ は90°なので，電流$I$の向きを基準に考えると右ページの図のように表せます。
$V_L$は上へ90°，$V_C$は下へ90°の角度をつけます。
このように自分で図に表せるようになることがここの大事なポイントです。

回路に注目すると，電圧1周0ルールから，電源電圧$V$は$V_R$と$V_L$と$V_C$を足し合わせたものですが，角度が違っているのでベクトルの足し算になります。$V_{L0}$と$V_{C0}$は向きが反対で，$V_{R0}$は$V_{L0}$，$V_{C0}$とは90°をなしているので電源電圧の最大値を$V_0$とすると，次の式のようになります。

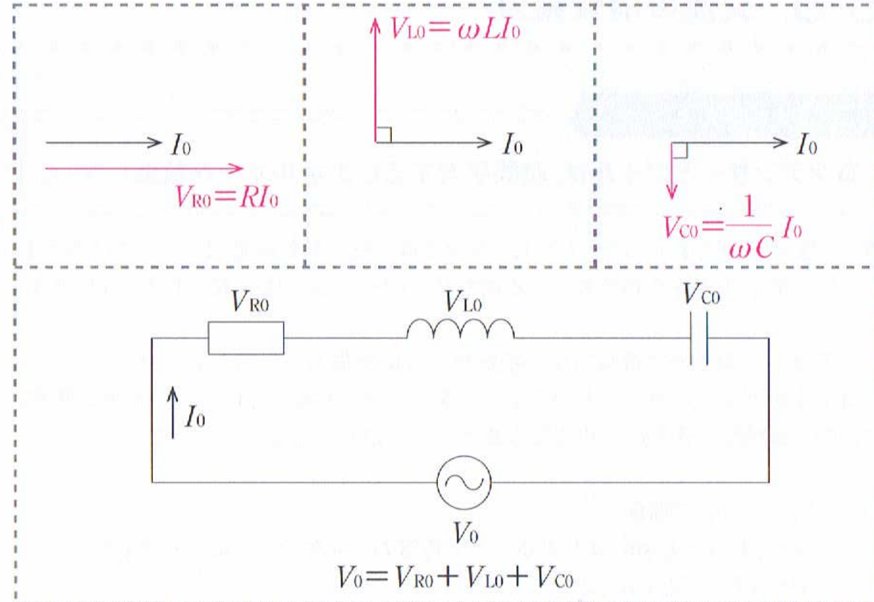
$$V_0=\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}\cdot I_0\,\text{〔V〕}\quad\cdots\cdots(*)$$

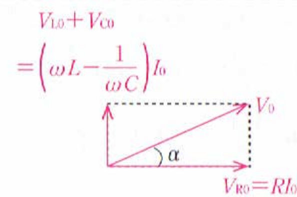
(＊)の式と図から読み取らねばならないことは2つです。
1つ目は，オームの法則$V=RI$に照らし合わせて考えると，この回路全体の抵抗値$Z$は，$Z=\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}$ であるということです。

このように回路全体の抵抗のはたらきを示す値を**インピーダンス**といいます。
インピーダンス$Z$を使うと，電流の最大値$I_0$と電圧の最大値$V_0$の関係式は
$V_0=ZI_0$と表すことができます。

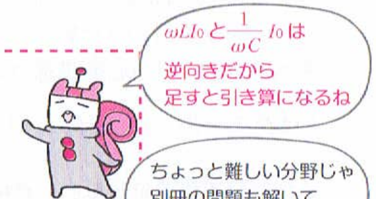
2つ目は図から読み取ります。
$I=I_0\sin\omega t$とおいたこの回路の電源電圧$V$の式は，図より$V=V_0\sin(\omega t+\alpha)$となります。ただし，$\alpha$は$\tan\alpha=\dfrac{\omega L-\frac{1}{\omega C}}{R}$ を満たします。
つまり，全体で見ると，電源電圧$V$は回路に流れる電流$I$より$\alpha$だけ位相が進んでいるということです。この$\alpha$は$R$，$\omega$，$L$，$C$の値により変わります。






$$V_0=\sqrt{(RI_0)^2+\left\{\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)I_0\right\}^2}$$
$$=\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}\cdot I_0$$





・$V_0=ZI_0$とすると，インピーダンス $Z=\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}$
・$V=V_0\sin(\omega t+\alpha)$とおける。
$\left(\text{ただし}\ \tan\alpha=\dfrac{\omega L-\frac{1}{\omega C}}{R}\ \text{となる}\right)$

ここまでやったら
別冊 P. 72へ

# 8-6 交流の消費電力

**ココをおさえよう！**

**コンデンサーとコイルは，時間平均するとエネルギーを放出しない。**

電力$P$は$VI$で表されました。しかし，交流では，電圧$V$も電流$I$もコロコロと変化していますから，それらの積で表される電力$P=VI$も，コロコロと変化してしまいます。

ここでは，交流での消費電力を①抵抗をつないだ場合，②コンデンサー，もしくはコイルをつないだ場合，という2つの場合に分けて考えていきたいと思います。数学の三角関数の式変形の知識を必要としますので，注意してくださいね。

① 抵抗をつないだ場合

$V=V_0\sin\omega t$，$I=I_0\sin\omega t$とすると，消費電力$P$は次のようになりますね。

$$P=VI=V_0I_0\sin^2\omega t$$

ところが，このまま家庭の電力を表そうとすると，「$100\sin^2 40t$〔W〕」などとなり，とてもわかりにくいです。そこで，電力の時間平均というものを考えてみましょう。右ページに，抵抗の消費電力$P=V_0I_0\sin^2\omega t$を表したグラフがあります。

$P$はグニャグニャと変化していますが，グラフは$\dfrac{V_0I_0}{2}$を中心に対称ですから，

その時間平均$\overline{P}$をとると $\overline{P}=\dfrac{V_0I_0}{2}$ となります。

**補足** $P=V_0I_0\sin^2\omega t=\dfrac{V_0I_0(1-\cos 2\omega t)}{2}$ ←$\cos 2\theta=1-2\sin^2\theta$より$\sin^2\theta=\dfrac{1-\cos 2\theta}{2}$

$\cos 2\omega t$は0が平均なので$\overline{P}=\dfrac{V_0I_0}{2}$となります。

$\overline{P}$を表す式は，「$P=VI$」の式とはちょっと違っていますね。なんとか$\overline{P}$の式を「$P=VI$」の形に直したいと考えて，誕生したのが実効値です。

$V_e=\dfrac{V_0}{\sqrt{2}}$，$I_e=\dfrac{I_0}{\sqrt{2}}$とすると $V_eI_e=\dfrac{V_0}{\sqrt{2}}\cdot\dfrac{I_0}{\sqrt{2}}=\dfrac{V_0I_0}{2}=\overline{P}$

というふうに，最大値を$\sqrt{2}$で割ることで，$\overline{P}$を$P=VI$の形にできるのです。実効値は，電力の時間平均$\overline{P}=\dfrac{V_0I_0}{2}$を簡単に表すために設けた値だったのですね。



8

**交流の消費電力**

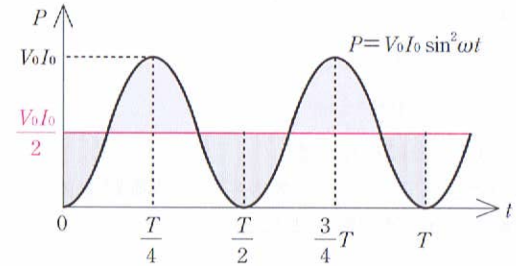
$$P=VI$$



**① 抵抗をつないだ場合**

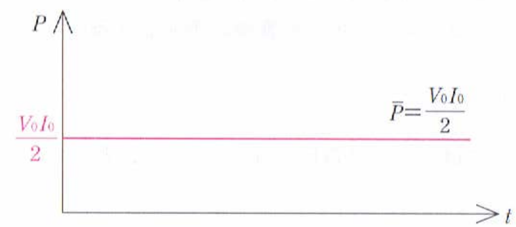
$$V=V_0\sin\omega t$$
$$I=I_0\sin\omega t$$

よって $P=VI=V_0I_0\sin^2\omega t$





平均値にならすと…





$\overline{P}=VI$の形にしたいので…

$V_e=\dfrac{V_0}{\sqrt{2}}$ ， $I_e=\dfrac{I_0}{\sqrt{2}}$ とすると

$$V_eI_e=\frac{V_0I_0}{2}=\overline{P}$$

② コンデンサー，もしくはコイルをつないだ場合

コンデンサーで消費される電力を考えてみましょう。

$V=V_0\sin\omega t$とすると，コンデンサーでは，電流は電圧よりも位相が $\dfrac{\pi}{2}$ 進むので

$$I=I_0\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)=I_0\cos\omega t$$ ←加法定理より

$\sin\left(\omega t+\dfrac{\pi}{2}\right)=\sin\omega t\cos\dfrac{\pi}{2}+\cos\omega t\sin\dfrac{\pi}{2}$

と表されます。

したがって，電力は以下のようになりますね。

$$P=VI=V_0I_0\sin\omega t\cdot\cos\omega t$$

$$=\frac{1}{2}V_0I_0\sin 2\omega t$$ ←$\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta$ より

$\sin\theta\cos\theta=\dfrac{1}{2}\sin 2\theta$

これをグラフにすると，平均$\overline{P}$は$\overline{P}=0$になります。

電力の単位は〔J/s〕ですから，0ということは，エネルギーの消費が全体としてみると0ということです。この理由について説明しましょう。

コンデンサーをつなぐと，コンデンサーに電荷がたまります。

したがって，コンデンサーにはエネルギーも蓄えられます。

電源の力で電荷を運んだので，**このエネルギーの送り主は電源です**。そして，電荷が逆向きに戻り始めると，もらったエネルギーを**電源にお返しする**のです。

コイルの場合も同じように計算します。

$V=V_0\sin\omega t$とすると，コイルでは，電流は電圧よりも位相が $\dfrac{\pi}{2}$ 遅れるので

$$I=I_0\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)=-I_0\cos\omega t$$ ←加法定理より

$\sin\left(\omega t-\dfrac{\pi}{2}\right)=\sin\omega t\cos\dfrac{\pi}{2}-\cos\omega t\sin\dfrac{\pi}{2}$

したがって，電力は

$$P=VI=-V_0I_0\sin\omega t\cdot\cos\omega t$$

$$=-\frac{1}{2}V_0I_0\sin 2\omega t$$ ←$\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta$ より

$\sin\theta\cos\theta=\dfrac{1}{2}\sin 2\theta$

$\overline{P}=0$となります。

まとめると，**コンデンサーやコイルでは，電源とエネルギーを貸し借りするだけなので，消費電力は0になるのです。**



8

## ② コンデンサー，もしくはコイルをつないだ場合

$V=V_0\sin\omega t$ のとき

コンデンサーでは

$$I=I_0\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)$$ ←$\sin\left(\omega t+\dfrac{\pi}{2}\right)=\sin\omega t\cos\dfrac{\pi}{2}+\cos\omega t\sin\dfrac{\pi}{2}$

$=\cos\omega t$

$$=I_0\cos\omega t$$

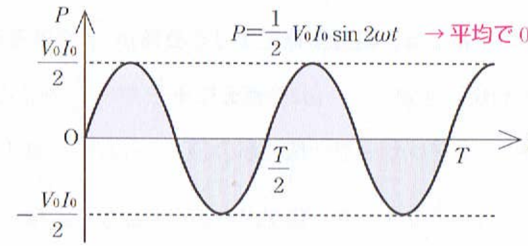
$$P=VI=V_0I_0\sin\omega t\cdot\cos\omega t$$ ←$\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta$ より

$\sin\theta\cos\theta=\dfrac{1}{2}\sin 2\theta$

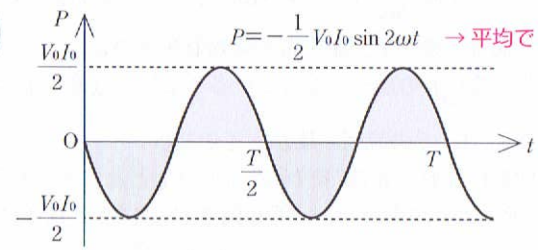
$$=\frac{1}{2}V_0I_0\sin 2\omega t$$

右のグラフより

$\overline{P}=0$




コイルでも同様に $\overline{P}=0$ となる。


# 8-7 交流のポイント

**ココをおさえよう！**

**交流では，次の①～④に注意して，問題を解こう。**

交流の問題で気をつけるべき点を，復習もかねてまとめておきたいと思います。

①「$V(I)=$○○$\sin\omega t$」などの交流の式を立てる際には

・抵抗では，電流と電圧は足並みがそろっている。

**・コンデンサーでは，電流が電圧よりも位相が $\frac{\pi}{2}$ だけ進んでいる。**

**・コイルでは，電流が電圧よりも位相が $\frac{\pi}{2}$ だけ遅れている。**

の関係に注意して，**$\omega t$の部分に$+\frac{\pi}{2}$ や$-\frac{\pi}{2}$ を，必要に応じて付け加えます。**

例）コンデンサーで，電流が○○$\sin\omega t$なら，電圧は○○$\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)$

　コンデンサーで，電圧が△△$\sin\omega t$なら，電流は△△$\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)$

②容量リアクタンス $\frac{1}{\omega C}$ と誘導リアクタンス $\omega L$は覚えてください。そのうえで

$$V=\frac{1}{\omega C}\cdot I \qquad V=\omega L\cdot I \qquad (V と I は，実効値 or 最大値)$$

の関係を使って，最大値や実効値を求めましょう。最大値は「$V(I)=$○○$\sin\omega t$」の「○○」の部分になっていることにも注意が必要です。

③R，L，Cの直列回路が出てきたら

回路に流れる電流$I$を$I=I_0\sin\omega t$などとおき，右向きの矢印をかく。

・Rにかかる電圧$V_{R0}$は同じ向き（右向き）で長さ$RI_0$の矢印をかく。

・Lにかかる電圧$V_{L0}$のほうが位相が $\frac{\pi}{2}$ 進むので，上向きで長さ $\omega LI_0$の矢印をかく。

・Cにかかる電圧$V_{C0}$のほうが位相が $\frac{\pi}{2}$ 遅いので，下向きで長さ$\frac{1}{\omega C}\cdot I_0$の矢印をかく。

電源電圧$V$は，$V_{R0}$，$V_{L0}$，$V_{C0}$で三平方の定理から計算する。

④消費電力の時間平均を聞かれたら

**・抵抗→$\overline{P}=V_eI_e=\frac{V_0I_0}{2}$**

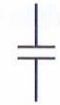
・コンデンサーとコイルは$\overline{P}=0$



8

## 交流のポイント

### ① 位相のズレに注意!!



**コンデンサー**

電流が先に流れ込む

⇒ 電流は $\frac{\pi}{2}$ 進む

**コイル**

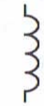
変化がイヤなので電流が流れにくい

⇒ 電流は $\frac{\pi}{2}$ 遅い

### ② リアクタンスは覚える!!

**コンデンサー**

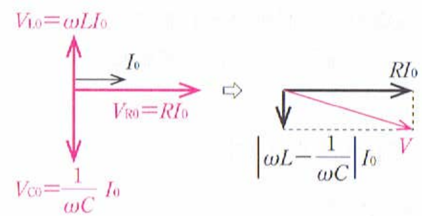
$\frac{1}{\omega C}$



**コイル**

$\omega L$

### ③ R，L，C 直列回路

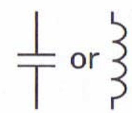




### ④ 消費電力の時間平均

**抵抗**

$\overline{P}=V_eI_e$
$=\frac{V_0I_0}{2}$




**コンデンサー，コイル**

$\overline{P}=0$

# 8-8 電気振動

**ココをおさえよう！**

**帯電したコンデンサーとコイルをつなぎ，電荷が往復する現象を電気振動という。**
**コンデンサーとコイルのエネルギーの総和は不変である。**

電荷が蓄えられたコンデンサーとコイルをつなぐと，おもしろい現象が起こります。**電荷が「逆側の極板へ向かって，そしてまた戻ってくる」というのを何度も行う電気振動現象が起こる**のです("シャトルラン"や"ダッシュ"というと運動部の人はイメージしやすいかもしれません)。

電気振動がなぜ起きるのかを見ていきましょう。
$Q_0$〔C〕の電荷が蓄えられたコンデンサーをコイルと一緒につなぎます。コンデンサーは上の極板に$+Q_0$〔C〕，下の極板に$-Q_0$〔C〕が蓄えられていますね。

①スイッチを入れた瞬間，コンデンサーから電荷たちが飛び出します。
しかし，コイルはゆっくり電流を流したいので，電荷は少しずつ移動しますね。

②だんだんと電荷たちが移動していき，ついにコンデンサーの電荷がなくなりました。このとき，コイルには電流がMaxで流れ込んでいます。

これで放電終了…と思いきや，コイルには電流が流れ続けます。
いきなり電流を止めるとビックリするので，「もっと流れないとイヤだ」とコイルは電流を流し続けるのです。そうすると，まだまだ電荷の移動は終わらず，上の極板に負電荷，下の極板に正電荷がたまっていきます。

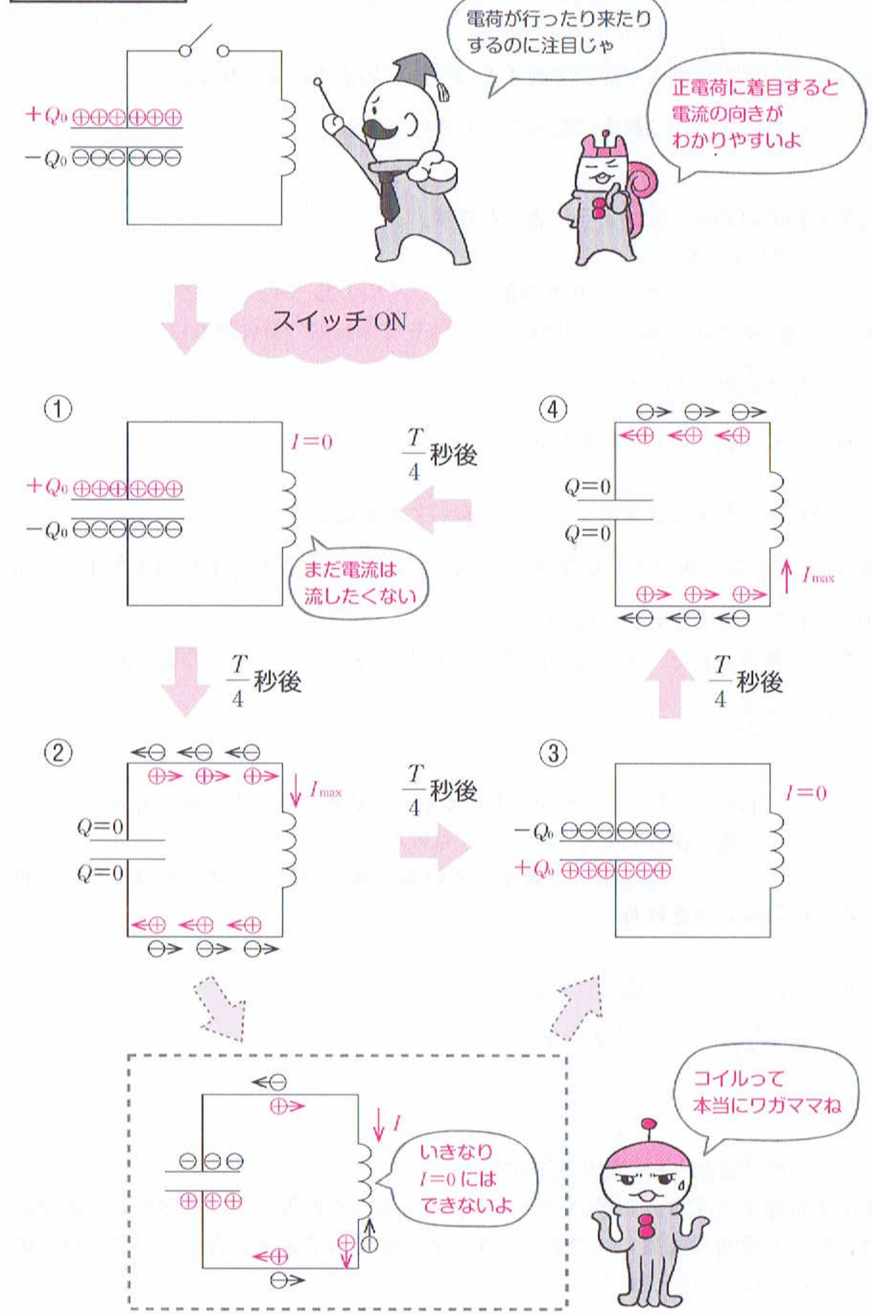
③電流が0になったときには，上の極板が$-Q_0$〔C〕，下の極板が$+Q_0$〔C〕と，最初と正反対の状態になってしまっているのです。

④そして，今度は逆向きに電流が流れるのです。

同様にして，電荷は"極板 → コイル通過 → 逆の極板"という順路を何度も繰り返します。これが電気振動です。
右ページの一連の流れが1周期です。各場面は，$\frac{T}{4}$ 秒で移り変わります。



**電気振動**



前ページの電気振動をグラフで表すと右ページのようになります。

$\frac{T}{4}$ ずつ，0になったり最大になったりしていますね。

電気振動の周期は，次のように表されます。

$T=2\pi\sqrt{LC}$

($C$：コンデンサーの電気容量，$L$：コイルの自己インダクタンス)

また，1秒間に電荷が往復する回数，すなわち電気振動の振動数$f_0$はこうなります。

$$f_0=\frac{1}{T}=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

これらの式は覚えてしまいましょう。

ここからは，ちょっとエネルギーに注目してみましょう。

電流$I$が流れる，自己インダクタンス$L$のコイルには，$U=\frac{1}{2}LI^2$ のエネルギーが蓄えられているのでした (p.278)。

また，電気容量$C$で，電気量$Q$が蓄えられているコンデンサーのもつ静電エネルギーは $U=\frac{Q^2}{2C}$ でしたね。

p.306で，コンデンサーとコイルはエネルギーを消費しないとお話ししましたね。

したがって，電気振動の際もエネルギーは失われません。

物理っぽくいえば，**電気振動が発生しているとき，コンデンサーとコイルのエネルギーの和は保存される**のです。

つまり，以下の関係が成り立ちます。

$$U=\frac{{Q_0}^2}{2C}=\frac{Q^2}{2C}+\frac{1}{2}LI^2=\frac{1}{2}L{I_{max}}^2$$

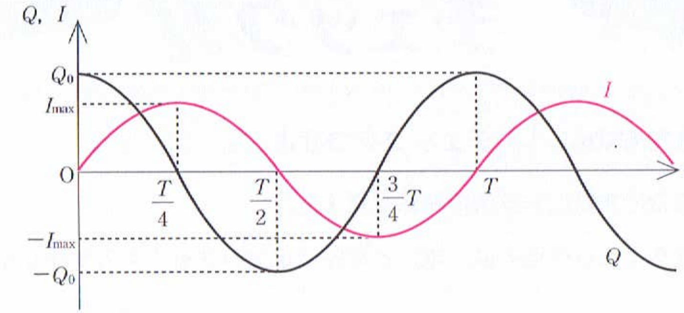
さて，これで長かった電磁気も終了です。

電磁気は苦手とする人が多い分野ですが，なるべくかみくだいて説明し，別冊には力のつく問題を配置したつもりですので，復習して得意分野にし，ライバルに差をつけてしまいましょう。



8

[コンデンサーの電荷 $Q$ と，回路に流れる電流 $I$ の時間変化]

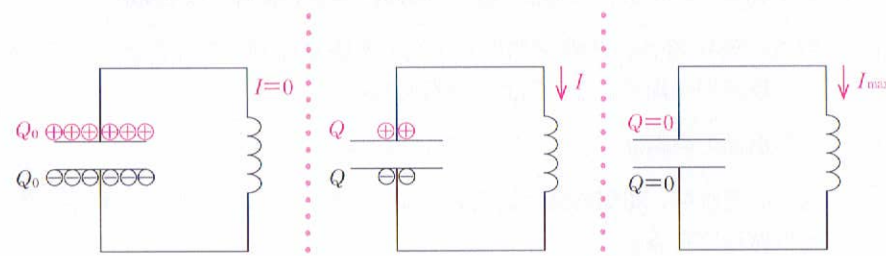



## 電気振動の周期 $T$，振動数 $f_0$

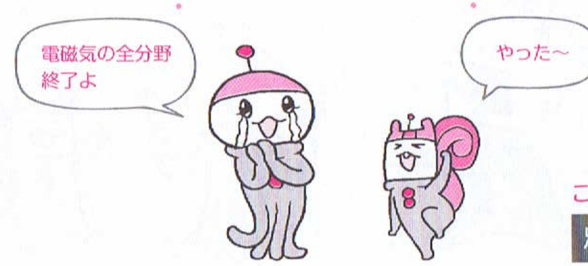
$$T=2\pi\sqrt{LC}$$

$$f_0=\frac{1}{T}=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$


## 電気振動のエネルギー保存




$$\frac{{Q_0}^2}{2C} = \frac{Q^2}{2C}+\frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}L{I_{max}}^2$$




ここまでやったら 別冊 P.76へ