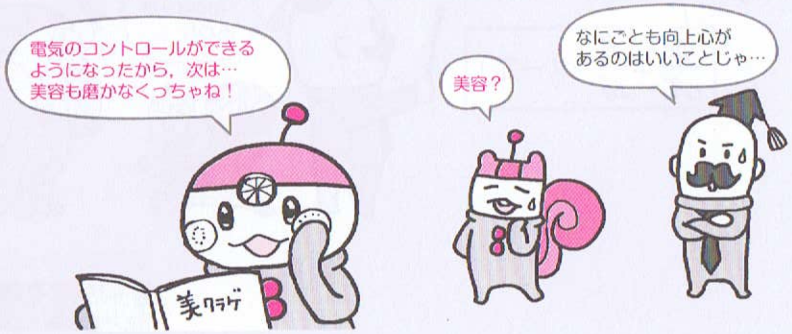
理解できたものに，☑チェックをつけよう。

- ☐ 比熱と熱容量の定義を覚えた。
- ☐ 熱量保存の法則を使って，“高温物体が失う熱量＝低温物体が得た熱量”の式を立てられる。
- ☐ ボイルの法則の式　$pV=$(一定)　と，使える条件(気体の出入りがなく，温度が一定)を覚えた。
- ☐ シャルルの法則の式　$\dfrac{V}{T}=$(一定)　と，使える条件(気体の出入りがなく，圧力が一定)を覚えた。
- ☐ 理想気体の状態方程式$pV=nRT$を覚えた。
- ☐ 状態方程式からボイルの法則，シャルルの法則，ボイル・シャルルの法則を導ける。
- ☐ $W=p\Delta V$から気体がした仕事の大きさを求められ，体積が増減したかを見て，その正負も判断できる。
- ☐ p-Vグラフの面積から仕事の大きさを求められる。
- ☐ p-Vグラフから各状態の気体の温度を推測できる。
- ☐ 密度を用いた状態方程式を立てられる。



Chapter

9

熱と気体の法則

Chapter 9

熱と気体の法則

はじめに

ここからは，3つのChapterにわたり，熱の項目について勉強していきます。
熱の分野は，電磁気ほどやることが多くありません。
また，覚えることもそんなに多くありません。

これから学ぶ3つのChapterの知識をちゃんと結びつけていきましょう。

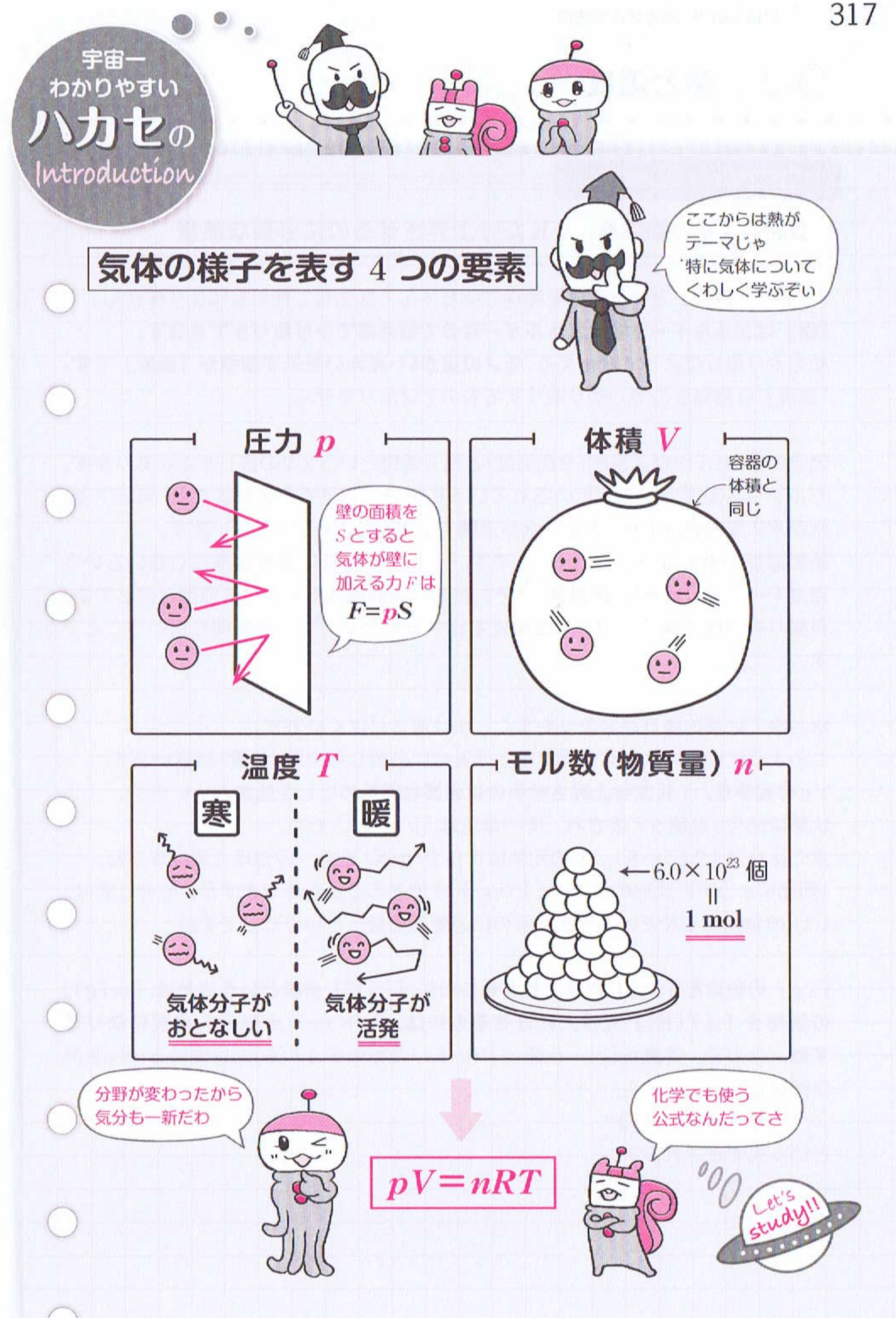
まずは「熱と気体の法則」です。

気体には，状態方程式$pV=nRT$と呼ばれる関係が成り立っています。
（化学を学んでいる人にはおなじみの法則ですよね）
この状態方程式を使えば，一見すると，無関係に見える気体の圧力p，体積V，温度T，モル数（物質量）nという4つの要素を結びつけることができるのです。

この方程式を使いこなせるようになることが，熱の項目をマスターする第一歩です。しっかり学んでいきましょう。

この章で勉強すること

熱の基本となる「ボイルの法則」，「シャルルの法則」，「状態方程式」を説明します。
最初に，圧力のイメージを明確にしていきます。



9-1 熱と温度

ココをおさえよう！

比熱：1 gの物体を，1 Kだけ上昇させるのに必要な熱量

「熱」と「温度」という言葉を物理ではちゃんと区別して使わねばなりません。
「熱」はエネルギーです。エネルギーなので物体間でやり取りができます。
熱のやり取りによって変化する，**モノの温かい・冷たいを示す指標が「温度」です。**
「温度」は指標なので，やり取りするものではありません。

温度には，セルシウス温度（セ氏温度）と絶対温度という2つの表しかたがあります。セルシウス温度は，広く用いられているもので，〔℃〕で表されます。1気圧下で，水が氷になる温度を0℃とし，水が沸騰する温度を100℃としています。
絶対温度の単位は〔K〕（ケルビン）です。それよりも低い温度が存在しないという温度（−273℃）が0 K（絶対零度）で，目盛りの間隔はセルシウス温度と同じです。目盛りの間隔は同じなので，温度差を比べる場合はどちらでも同じということです。

水と鉄では鉄のほうが温まりやすく，水は温まりにくいです。
このように物質によって，温度を上げるのに必要な熱の量（熱量）は違います。
1 gの物体を，1 Kだけ上昇させるのに必要な熱量のことを**比熱**といいます。
比熱は記号cを使って表され，その単位は〔J/(g･K)〕です。
水の比熱は4.2 J/(g･K)，鉄の比熱は0.44 J/(g･K)です。10倍ほど違いますね。
（問題によって，比熱の単位が〔J/(kg･K)〕であることもありますが，そのときは，1 kgの物体を1 Kだけ上昇させるのに必要な熱量，ということです。）

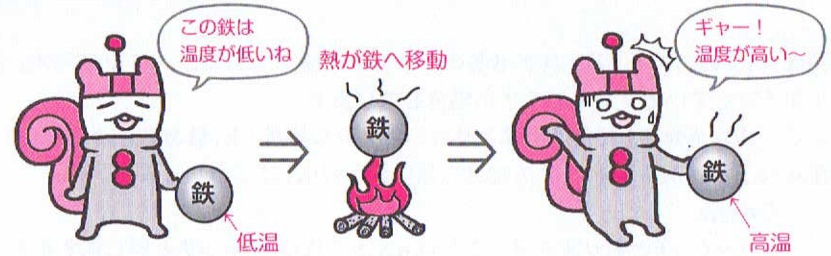
「1 g」の物体を「1 K」だけ上昇させるのに，「c〔J〕」必要ということは，「m〔g〕」の物体を「ΔT〔K〕」だけ上昇させるのには，「$c\times m\times\Delta T$〔J〕」必要になりますね。なので，質量m〔g〕，比熱c〔J/(g･K)〕の物体をΔT〔K〕だけ温めるのに必要な熱量Qは

$$Q=mc\Delta T〔J〕$$

という式で表されます。

9

「熱」と「温度」



2種類の温度

私たちが普段使っている温度 ＝ **セルシウス温度〔℃〕**
（水の融点を0℃，沸点を100℃としている）

化学や物理でよく使う温度 ＝ **絶対温度〔K〕**（ケルビン）
（それより低い温度のない温度を 0 K＝−273℃とする 目盛りの間隔は℃と同じ）

比熱 c〔J/(g･k)〕 …1 gの物体を1 Kだけ上昇させるのに必要な熱量。
物質の温まりやすさを示すもので，
比熱が小さいと温まりやすい！

1 g を1 K上昇させるのに c〔J〕必要な物質 → m〔g〕 ΔT〔K〕温めたい
⇓
$mc\Delta T$〔J〕必要!!

比熱は「1 gの物体を1 K上昇させるのに必要な熱量」でしたが，「1 gの物体」だとチマチマしていて，めんどくさい場合もあります。
そこで，「物体全体を1 Kだけ上昇させるのに必要な熱量」を，**熱容量**と決めました。
質量m〔g〕，比熱c〔J/(g·K)〕の物体の熱容量C〔J/K〕はこうなります。

$$C = mc$$

よって，$Q = C\Delta T$と表せますが，これはp.318の式$Q = mc\Delta T$と同じ式ですね。
つまり，言葉の定義が違うというだけで，やる計算は同じなのです。

高温の物体と低温の物体が接すると，等しい温度になる現象を**熱平衡**といいます。
お風呂のお湯がぬるいとき，熱湯を入れるとお風呂の温度が上がりますね。
「ぬるいお湯」と「熱湯」が混ざって，等しい温度になっているのです。

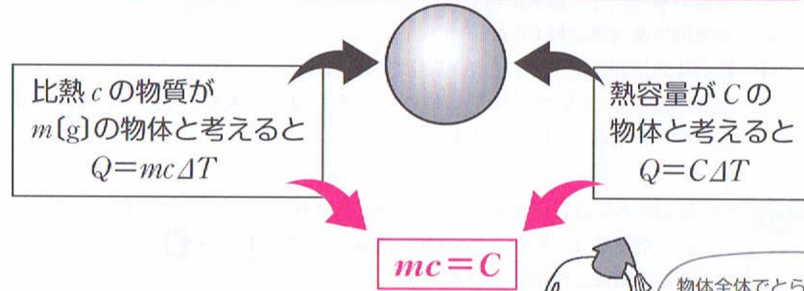
熱平衡が起こるとき，**“高温の物体が失う熱量＝低温の物体が得た熱量”**という式が成り立ちます。
これを**熱量保存の法則**といいます。
熱平衡が起こる問題では，「高温の物体の温度変化」と「低温の物体の温度変化」をそれぞれ分けて注目しましょう。

では，p.322で，比熱，熱容量，熱量保存の法則について確認する問題を解いてみましょう。

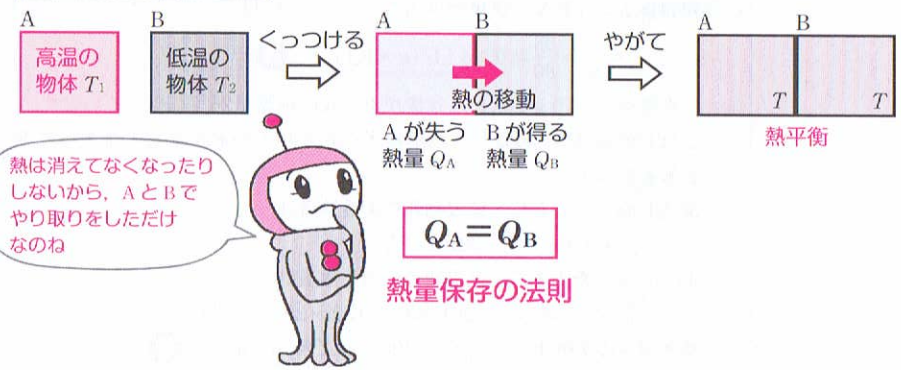
9

熱容量 C〔J/K〕 …物体全体を1 Kだけ上昇させるのに必要な熱量。

質問 この物体の温度をΔT〔K〕上昇させるのに必要な熱量Q〔J〕は？



熱量保存の法則



問9-1 質量80 gの鉄製の熱量計に水50 gを入れて温度を測ると20℃であった。ここに40 ℃の水25 gを加えたところ，全体の温度が26 ℃になった。水の比熱を4.2 J/(g·K)とし，外部との熱の出入りはないものとする。次の問いに答えよ。

(1) 高温の水の失った熱量は何Jか。

(2) 熱量計の熱容量は何J/Kか。

(3) 鉄の比熱は何J/(g·K)か。有効数字2桁で答えよ。

(4) 全体の温度を26℃から30℃にしたいとき，40℃の水をさらに何g加えればよいか。有効数字2桁で答えよ。

解きかた

(1) 高温の水に注目すると，25 gで40℃の水が26℃になったので，
失った熱量は　$25\times4.2\times(40-26)=$ **1470〔J〕** …答

(2) 低温の物体に注目していきます。
まずは水に注目すると，50 gで20℃の水が26℃になったので，
得た熱量は　$50\times4.2\times(26-20)=1260$〔J〕
次は熱量計です。熱量計の熱容量をCとすると，
得た熱量は　$C\times(26-20)=6C$〔J〕
熱量保存の法則より　$1470=1260+6C$　　$C=$ **35〔J/K〕** …答

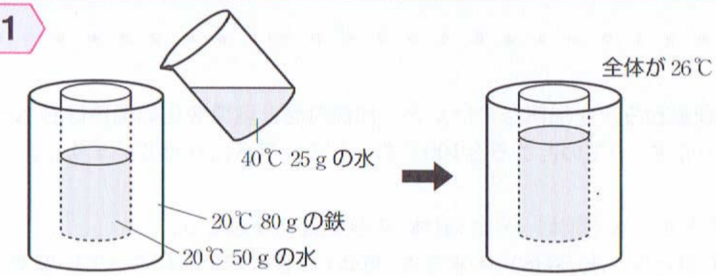
(3) 熱容量が35 J/Kで，質量が80 gなので，比熱cは
$$c=\frac{C}{m}=\frac{35}{80}\fallingdotseq \mathbf{0.44}\ \text{〔J/(g·K)〕}$$ …答

(4) この時点で，75 gの水と熱容量が35 J/Kの容器が26℃になっています。これを低温物体とみなし，高温物体である40℃の水がX〔g〕加えられると考えましょう。
30℃になったときに，高温物体の失う熱量は
$X\times4.2\times(40-30)=42X$〔J〕
30℃になったときに，低温物体の得る熱量は
$75\times4.2\times(30-26)+35\times(30-26)=1400$〔J〕
熱量保存の法則より　$42X=1400$　　$X\fallingdotseq$ **33〔g〕** …答

「高温物体の温度変化」,「低温物体の温度変化」に着目して,“失う熱量＝得る熱量”の熱量保存則の式を立てましょう。

9

問 9-1



(1) 高温の水の失った熱量は

$$\underbrace{25}_{m}\times\underbrace{4.2}_{c}\times\underbrace{(40-26)}_{\Delta T}=\mathbf{1470}\ \text{〔J〕}$$ …答

(2) 低温の水の得た熱量は

$$\underbrace{50}_{m}\times\underbrace{4.2}_{c}\times\underbrace{(26-20)}_{\Delta T}=1260\ \text{〔J〕}$$

(低温だった)熱量計の得た熱量は

$$\underbrace{C\times(26-20)}_{C\Delta T}=6C\ \text{〔J〕}$$

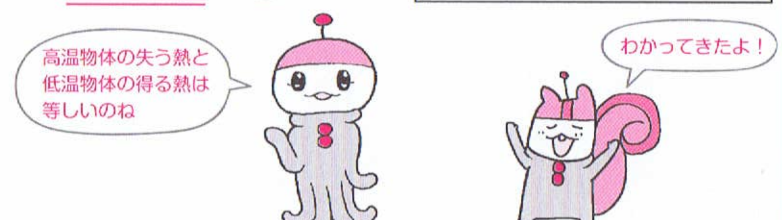
$$\underbrace{1470}_{\text{高温物体が失った熱量}}=\underbrace{1260+6C}_{\text{低温物体が得た熱量}}\qquad C=\mathbf{35}\ \text{〔J/K〕}$$ …答

(3) $mc=C$ より　$$c=\frac{C}{m}=\frac{35}{80}\fallingdotseq\mathbf{0.44}\ \text{〔J/(g·K)〕}$$ …答

(4)

高温物体(40℃, X〔g〕の水)の失う熱量		低温物体(30℃，75 g の水と熱量計)の得る熱量
$X\times4.2\times(40-30)=42X$〔J〕	＝	$75\times4.2\times(30-26)+35\times(30-26)=1400$〔J〕

$X\fallingdotseq$ **33〔g〕** …答



氷の状態から水を加熱していくと，加熱時間と温度変化の関係は右ページのようになります。0℃のところと100℃のところが平らになっていますね。

0℃のとき，氷（固体）→ 水（液体）の状態変化が起こり，
100℃のとき，水（液体）→ 水蒸気（気体）の状態変化が起こっています。
これらの状態変化が起こるときは，分子の結合を弱めたり切ったりするために熱が必要になるため，加熱をしてもすぐに温度は上がらないのです。
物質の融解に必要な熱を融解熱，蒸発に必要な熱を蒸発熱といいます。

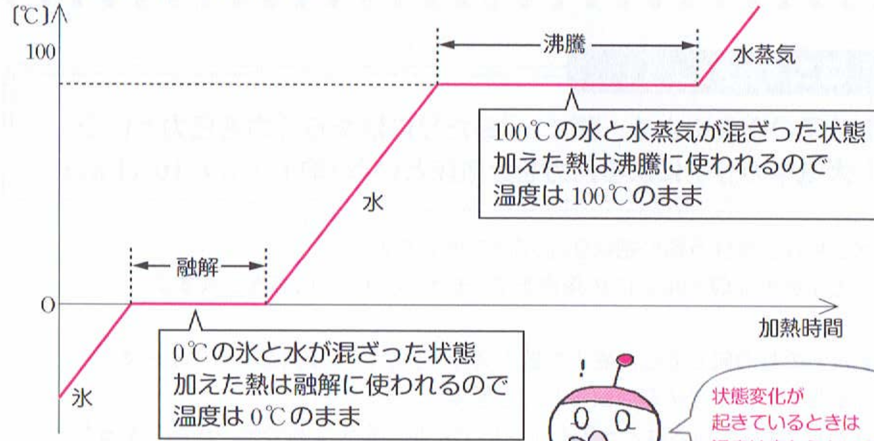
問 9-2 −20℃の氷100 gを15℃の水にするのに必要な熱量は何Jか。ただし，水の比熱を4.2 J/(g·K)，氷の比熱を2.1 J/(g·K)とし，氷の融解熱を340 J/gとする。

解きかた 氷のとき → 状態変化が起きているとき → 水のとき の3段階となっています。
氷と水で比熱が違うことに注意しましょう。

$$100 \times 2.1 \times \{0 - (-20)\} + 100 \times 340 + 100 \times 4.2 \times (15 - 0)$$
$$= 4200 + 34000 + 6300$$
$$= \underline{44500\ [\mathrm{J}]}$$ …答

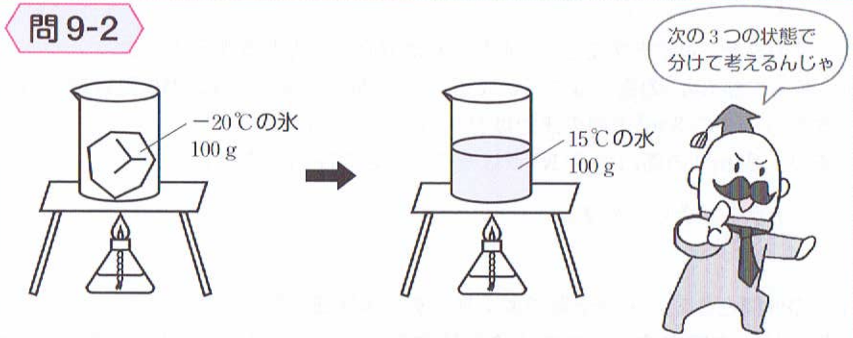
比熱を理解していれば難しくありませんね。
別冊の問題にも取り組んでみましょう。

〔水の温度変化と加熱時間〕



9

問 9-2



氷		0℃の氷と水		水
$\underset{m}{\underline{100}} \times \underset{c}{\underline{2.1}} \times \underset{\Delta T}{\underline{\{0-(-20)\}}}$	+	100×340	+	$\underset{m}{\underline{100}} \times \underset{c}{\underline{4.2}} \times \underset{\Delta T}{\underline{(15-0)}}$
−20℃の氷を0℃の氷にするのに必要な熱量		0℃の氷を0℃の水にするのに必要な熱量		0℃の水を15℃の水にするのに必要な熱量

ここまでやったら
別冊 P. 78へ

9-2 気体の圧力 p

ココをおさえよう！

分子の衝突による，面 1 m² あたりにはたらく力を圧力という。
大気中の分子による圧力を大気圧という（約 1.013×10^5〔Pa〕）。

水や鉄などを扱う熱の話は9-1 だけで終了です。
ここから先はChapter 11の最後まで“気体”についての話をしますよ。

私たちの身の回りでは，膨大な数の気体の分子たちが飛び交っています。
分子たちが壁などにぶつかると，力を与えます。
分子1つが与える力はとっても小さいですが，膨大な数の分子が存在するため，衝突面には大きな力が加わるのです。
衝突面の**1 m² あたりが受ける力**を**圧力**といいます。
圧力の単位は**パスカル〔Pa〕**で，1 Pa＝1 N/m² です。
1 m² あたり，1 Nの力を受けたら1 Pa，2 Nの力を受けたら2 Paということですね。

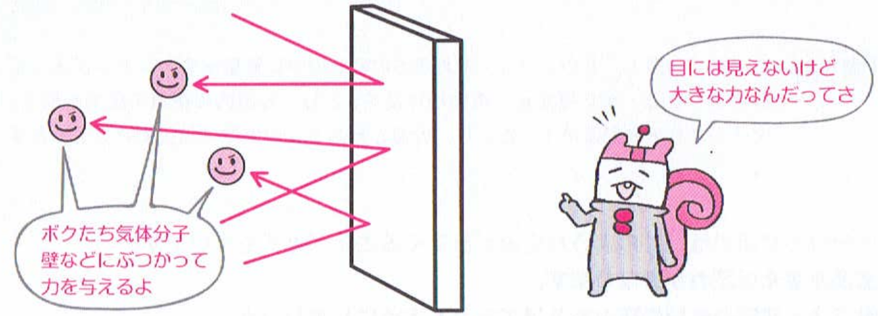
300 Nの力を3人で支えたら，1人あたりは100 Nの力を支えるように，
300 Nの力が 3 m² の面にはたらいたら，1 m² あたりは100 Nの力を受けますね。
ですから，この 3 m² の面の圧力は100 Paとなるわけです。
つまり，S〔m²〕の面に力 F〔N〕がはたらくときの圧力 p〔Pa〕は

$$p=\frac{F}{S}$$ となります。

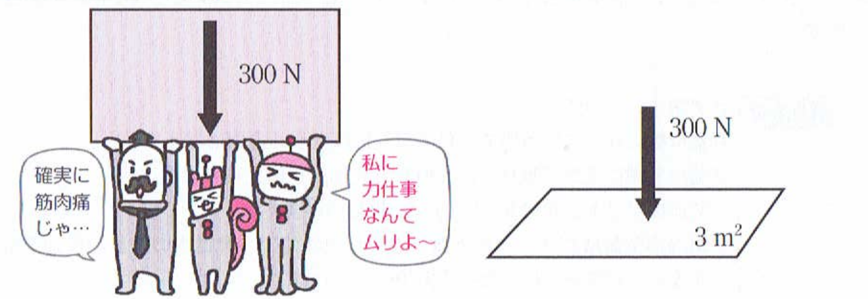
圧力の仲間として，天気予報でよく耳にする**大気圧**があります。
大気圧は，**大気中の分子たちによる圧力**で，その大きさは約 1.013×10^5〔Pa〕＝1013〔hPa〕＝1気圧です。とても大きいですね。
（100 Paを1ヘクトパスカル〔hPa〕，大気圧の大きさを1気圧といいます）
大気圧は上からだけでなく下からや横からなど全方位から受ける圧力です。
空気に触れているところでは，すべて大気圧が生じていると考えましょう。

圧力を考える際には，分子たちの衝突をイメージし，次のことに注意しましょう。
- **大気（外気）に触れている面には大気圧がかかる。**
- **大気以外（容器の中など）の気体に触れている面は，その気体の圧力がかかる。**

気体の圧力 p



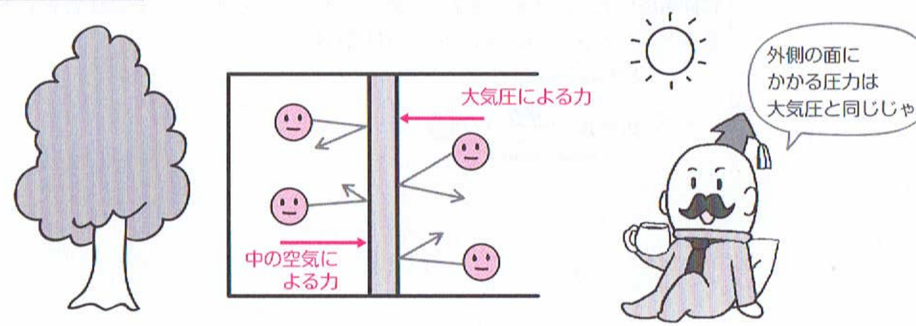
圧力の定義



1人あたり $\dfrac{300\text{ N}}{3\text{ 人}}=100$〔N/人〕　1 m² あたり $\dfrac{300\text{ N}}{3\text{ m}^2}=100$〔N/m²〕

$$p\text{〔Pa〕}=\frac{F\text{〔N〕}}{S\text{〔m}^2\text{〕}}$$

大気圧



問9-3 右ページの図Ⅰ，Ⅱのように，断面積Sの容器の中に質量mのピストンが入って静止している。大気圧をp_0，重力加速度をgとし，容器内の空気の圧力を図Ⅰ，図Ⅱのそれぞれで求めよ。ただし，容器とピストンの摩擦は無視できるものとする。

熱分野の問題では，このような容器が出てくることがとても多いです。
空間が違えば圧力が異なります。
容器内と容器の外側の圧力を分けて考えるようにしましょう。

図Ⅰ，Ⅱともにピストンは静止していますので，ピストンにはたらく力はつり合います。

解きかた まず図Ⅰについてです。
容器は横になっているので，ピストンにはたらく重力は考えません。
容器の外側は大気に触れているので大気圧p_0がはたらきます。
大気圧はピストンを内側（左側）へと押し込みます。
容器内の空気はピストンを外側へと押し返すので，容器内の空気の圧力をp_{I}とすると，ピストンにはたらく力のつり合いは

$$p_{\mathrm{I}}S=p_0S$$

よって　$p_{\mathrm{I}}=\underline{\underline{p_0}}$ …答
力のつり合いを求めるときは，Sを書き忘れないようにしましょう。

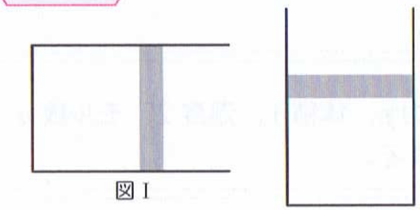
続いて図Ⅱです。
容器の外側は大気圧p_0がはたらきます。大気圧による力は$p_0\times S$ですね。
大気圧はピストンを下へと押し込みます。
また，ピストンには重力mgが下方向へとはたらきますね。
容器内の空気はピストンを上へと押し返すので，容器内の空気の圧力をp_{II}とすると，ピストンにはたらく力のつり合いは

$$p_{\mathrm{II}}S=p_0S+mg$$

よって　$p_{\mathrm{II}}=\underline{\underline{p_0+\dfrac{mg}{S}}}$ …答

9

問9-3

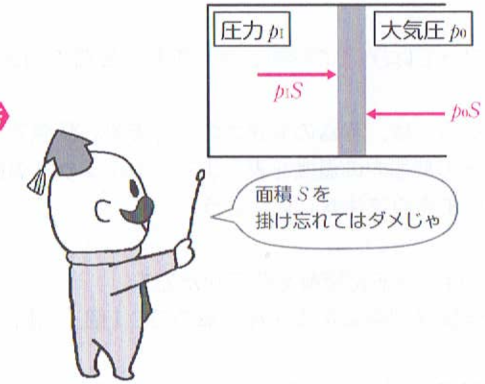

図Ⅰ　図Ⅱ

大気圧p_0，断面積S，
重力加速度g，ピストンの質量m

[図Ⅰについて]

$$p_{\mathrm{I}}S=p_0S$$

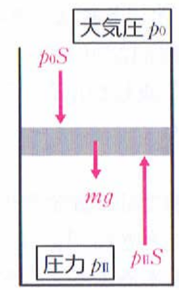
$$p_{\mathrm{I}}=\underline{\underline{p_0}}\ \cdots\text{答}$$

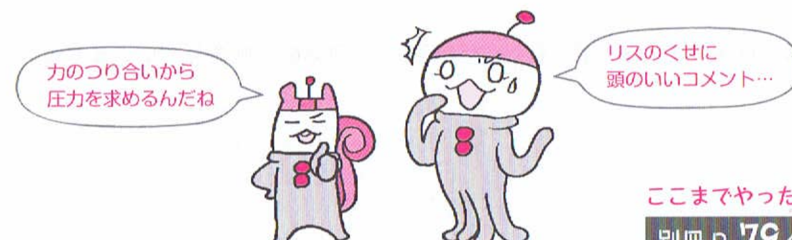


[図Ⅱについて]

$$p_{\mathrm{II}}S=p_0S+mg$$

$$p_{\mathrm{II}}=\underline{\underline{p_0+\frac{mg}{S}}}\ \cdots\text{答}$$





ここまでやったら
別冊 P. 79へ

9-3 気体の状態を表す要素

ココをおさえよう！

気体の設定が変わるときは，圧力 p，体積 V，温度 T，モル数 n の4つのどれが変わったか注目する。

気体を扱ううえで，いつでも気にしなければいけない4つの要素があります。
圧力p，体積V，温度T，モル数nの4つです。

圧力pについては9-2で説明しましたね。容器の内側と外側で圧力が違うのでした。
体積Vというのは，容器の大きさのことです。簡単ですね。
温度Tはその容器内の温度を表します。セルシウス温度〔℃〕ではなく，絶対温度〔K〕を使いますので注意しましょう。

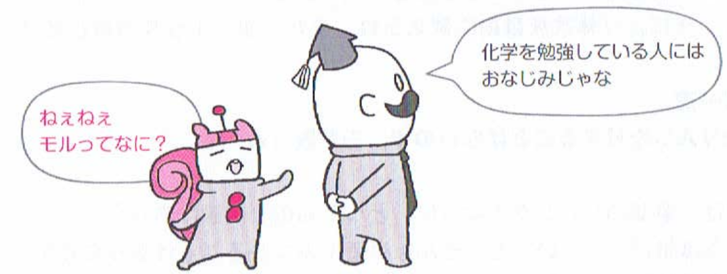
モル数nとは，分子に特有な数えかたです。
分子たちは部屋の中にたくさんいるので，1個，2個，……と数えたらキリがありません。
なので，**鉛筆12本をまとめて1ダースというように，分子6.0×10^{23}個をまとめて1 molと数えよう**というきまりがあるのです。
この6.0×10^{23}という数は，**アボガドロ数**と呼ばれます。
化学ではモル数nについて，くわしくいろいろと学びますが，物理では「モル数は分子の個数の表しかたで，1 mol $= 6.0 \times 10^{23}$個」という認識をしておけば大丈夫です。

気体を扱う問題では，設定が少しずつ変わっていくことが多いです。
設定が変わったときに，「p，V，T，nのどれが変化して，どれが変化していないか」というのに注意するようにしましょう。

では，9-4からはp，V，T，nを利用した，気体の法則を見ていきますよ。

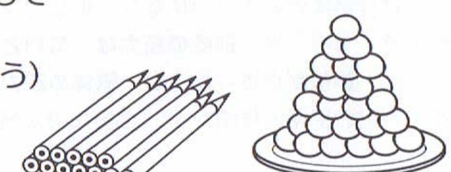
圧力	体積	温度	モル数（物質量）
p〔Pa〕	V〔m^3〕	T〔K〕	n〔mol〕

気体の状態を表す 4 要素



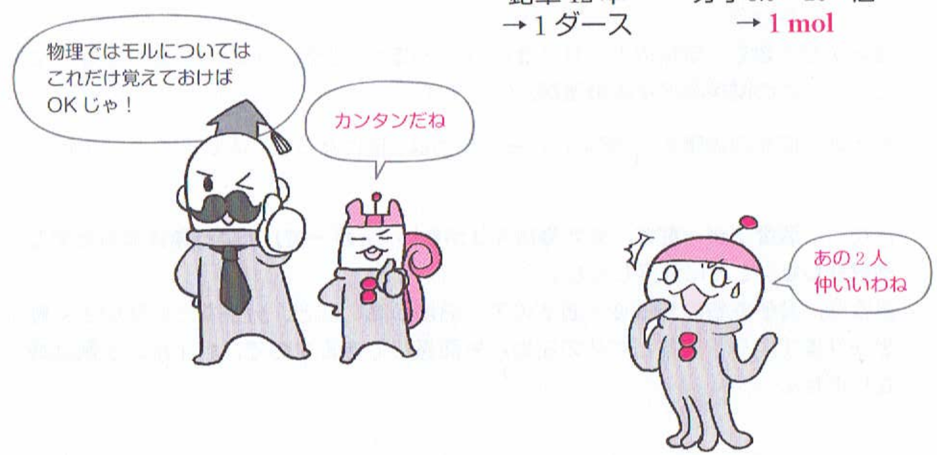
mol（モル）とは？

分子 6.0×10^{23} 個を 1 セットにして
1 mol と数える。
（6.0×10^{23} をアボガドロ数という）



鉛筆 12 本
→ 1 ダース

分子6.0×10^{23} 個
→ **1 mol**



9-4 ボイルの法則

ココをおさえよう！

温度 T が一定で，気体の出入りがない（n が一定の）とき

$$pV=（一定）$$

スイッチひとつで，壁を押し引きできる部屋をイメージしてみましょう。
この部屋はスイッチにより**体積を自由に変えられ**，また，次のような特徴があります。

- **温度 T は常に一定。**
- **空気が漏れたり入ったりすることはないので，モル数 n も一定。**

最初，この部屋は，豪邸のリビングのように，とっても広い状態にあります。
なので，分子たちは飛び交っていても，そんなに壁にぶつかることはありません。
この設定の部屋の体積を V，部屋にある気体の圧力を p としましょう。

そこから，部屋の壁を中に寄せてみます。
すると，部屋はアパートの一室のようにせまくなってしまいました。
分子は非常にきゅうくつになり，壁にガンガン衝突するようになります。
なので，このとき，**部屋の圧力は，広いときよりも大きくなります。**
つまり，**体積が小さくなると，気体の圧力は大きくなる**のです。
この設定の部屋の体積を V'，部屋にある気体の圧力を p' としましょう。

この2つの部屋では次の関係式が成り立ちます。

$$pV=p'V'$$

温度 T が一定で，気体の出入りがない（n が一定の）とき，“$pV=$（一定）”ということです。この関係を**ボイルの法則**といいます。

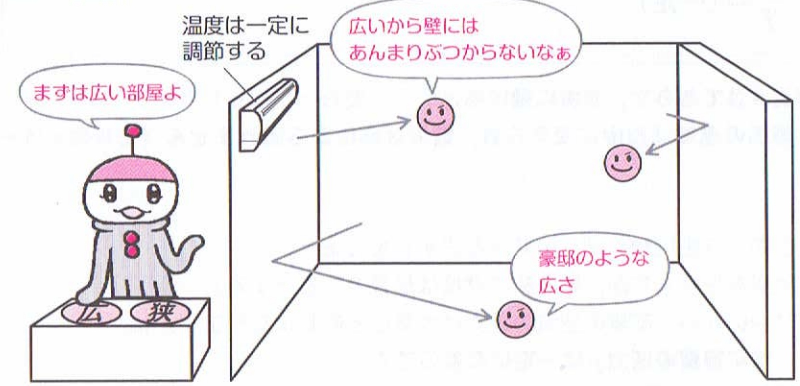
例えば，部屋の体積を $\frac{1}{3}$ 倍にしたら，圧力は3倍になるよ，ということですね。

ただし，**温度 T が一定で，気体の出入りがない（n が一定）という条件のもとでしか成立しない**ことに注意しましょう。
温度は，**分子たちの元気さ**を表すので，温度が高いほど，分子たちは勢いよく動き回ります。そうすると気体の圧力にも関係してきますので，ボイルの法則は成立しません。

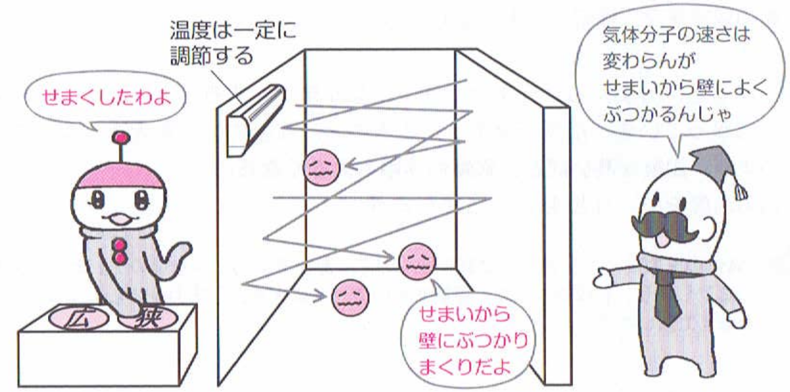
ボイルの法則

スイッチひとつで広さが変わる，温度が一定の快適な部屋をイメージする。

〈広い状態〉



〈せまい状態〉



⇒ 体積が小さいほど，圧力が大きくなる。

⇒ $\underbrace{pV=（一定）}_{ボイルの法則}$（ただし，温度 T が一定で，気体の出入りがない）

9-5 シャルルの法則

ココをおさえよう！

圧力pが一定で，気体の出入りがない（nが一定の）とき

$$\frac{V}{T}=（一定）$$

壁が固定されておらず，自由に動けるという，変わった部屋を考えてみましょう。また，**部屋の温度は自由に変えられ，気体は部屋から漏れません（モル数nは一定）。**

まず，この「自由に動く壁」の意味を説明しましょう。
壁は大気圧を受けますが，壁と床の摩擦は無視できるとすると力のつり合いから，部屋の空気の圧力は大気圧と同じになりますよね。
つまり，**常に部屋の圧力pは一定になる**のです。
「自由に動く壁」を見たら，「圧力pは一定なんだ」と思いましょう。

さて，最初，部屋は寒くてせまい状態にあったとします。
この状態の温度をT，体積をVとしましょう。

温度を上げると，分子たちは元気いっぱいになります。すると，壁はゆっくりとですが，広がっていき，部屋が暖まったころには，部屋の広さも大きくなっています。つまり，**温度が高いほど，気体の体積も大きくなる**のです。
この状態の温度をT'，体積をV'としましょう。

補足 「気体の圧力が一定なのになぜ壁が動くの？　静止するんじゃないの？」と思う人もいるでしょう。壁はゆっくりと移動するので，常に大気圧と圧力が等しくなっていると考えてよいのです。

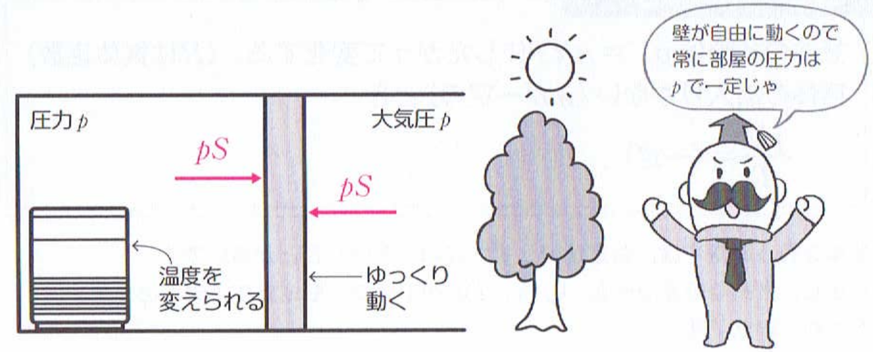
この2つの部屋では次の関係式が成り立ちます。

$$\frac{V}{T}=\frac{V'}{T'}$$

この法則を**シャルルの法則**といいます。
例えば，温度が2倍になったら，体積も2倍になるということですね。
これは，**圧力pが一定で，気体の出入りがない（nが一定の）ときに成立します。**

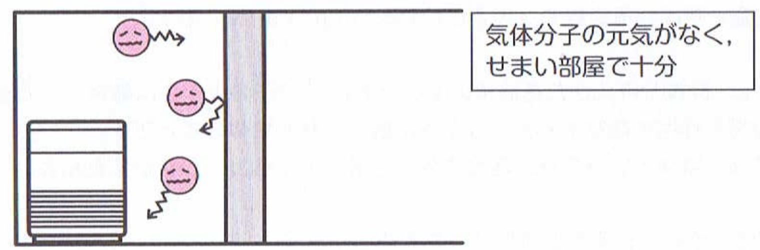
シャルルの法則

壁が自由に動く部屋をイメージする。

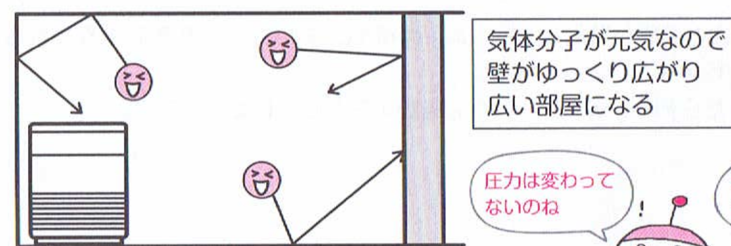


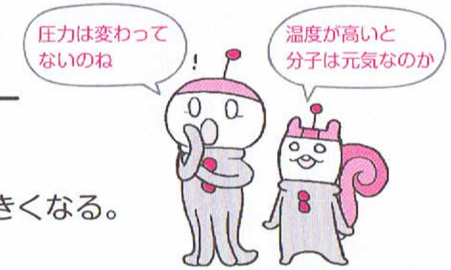
9

〈寒いとき〉



〈暖かくなったとき〉





⇒ 温度が高いほど，体積が大きくなる。

⇒ $\frac{V}{T}=$（一定）（ただし，圧力pが一定で，気体の出入りがない）
シャルルの法則

ここまでやったら 別冊 P.80へ

9-6 気体の状態方程式

ココをおさえよう！

気体の状態は$pV=nRT$にしたがって変化する。（Rは気体定数）
気体の出入りがない（nが一定の）とき

$$\frac{pV}{T}=(\text{一定})$$

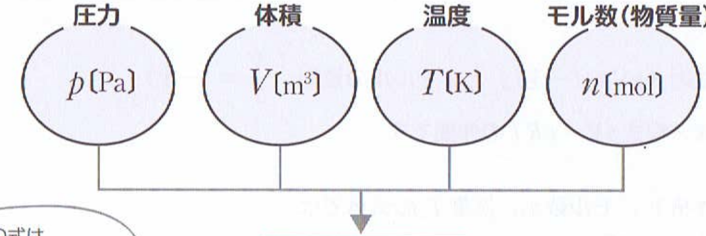
気体を扱う問題では，設定が少しずつ変わっていくことが多いです。
しかし，どんな設定でもp，V，n，Tの間でいつでも成立する式があります。
それがこの式です。

$pV=nRT$ （p：圧力〔Pa〕 V：体積〔V〕 n：モル数〔mol〕 T：温度〔K〕）
この関係式を**理想気体の状態方程式**といいます。
Rは**気体定数**と呼ばれる定数で，大きさは約8.31〔J/(mol·K)〕です。

理想気体とは，計算や考えかたを簡単にするために，「分子の大きさは無視！」，「分子どうしの相互作用も無視！」というふうに設定された気体のことです。
高校物理では，気体といったら，理想気体だと思ってもらってかまいませんよ。

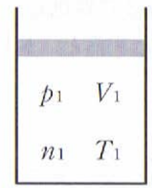
$pV=nRT$は，そのときそのときでいつでも成立します。
【設定1】でそれぞれ圧力p_1，体積V_1，モル数n_1，温度T_1のときは$p_1V_1=n_1RT_1$となりますし，
【設定2】で圧力と温度が変化し，圧力p_2，体積V_1，モル数n_1，温度T_2となったらそのときは$p_2V_1=n_1RT_2$となります。
設定が変わったら$pV=nRT$を，いつも確認するようにしましょう。

気体の状態方程式



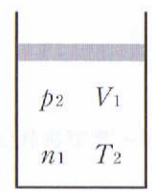
$\boxed{pV=nRT}$ （Rは気体定数）

【設定1】



$\Rightarrow$ $p_1V_1=n_1RT_1$

【設定2】



$\Rightarrow$ $p_2V_1=n_1RT_2$

ボイルの法則「$pV=$(一定)」とシャルルの法則「$\dfrac{V}{T}=$(一定)」も，

気体の状態方程式$pV=nRT$の仲間です。

圧力p_1，体積V_1，モル数n_1，温度T_1の気体では

$p_1V_1=n_1RT_1$ ……①

その状態から，気体の出入りがなく(n_1が一定)，温度が一定(T_1)で変化し，

圧力p_2，体積V_2，モル数n_1，温度T_1となったとすると

$p_2V_2=n_1RT_1$ ……②

①，②では右辺のn_1RT_1が変化せずに同じなので，$p_1V_1=p_2V_2=$(一定)となるのです。これがボイルの法則ですね。

また，圧力p_3，体積V_3，モル数n_3，温度T_3の気体では　$p_3V_3=n_3RT_3$

よって　$\dfrac{V_3}{T_3}=\dfrac{n_3R}{p_3}$ ……③

気体の出入りがなく(n_3が一定)，圧力が一定(p_3)で変化し，

圧力p_3，体積V_4，モル数n_3，温度T_4となったとすると　$p_3V_4=n_3RT_4$

よって　$\dfrac{V_4}{T_4}=\dfrac{n_3R}{p_3}$ ……④

③，④では右辺の$\dfrac{n_3R}{p_3}$が変化せずに同じなので，$\dfrac{V_3}{T_3}=\dfrac{V_4}{T_4}=$(一定)となるのです。

これがシャルルの法則ですね。

また，状態方程式を次のように変形してみましょう。

$$\frac{pV}{T}=nR$$

この式は，気体の出入りがない，すなわち**nが一定であれば，右辺は一定であるので**

$$\frac{pV}{T}=(\text{一定})$$

が成り立つよ，といっています。これを，**ボイル・シャルルの法則**といいます。

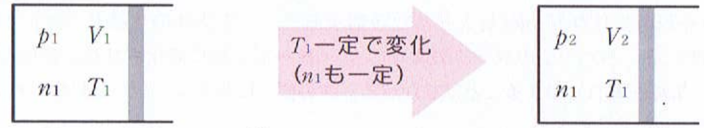
$pV=nRT$の式を覚えておけば，これらの法則も導けます。

それぞれの状況で，状態方程式$pV=nRT$は必ず書くようにしましょう。

9

状態方程式とボイルの法則・シャルルの法則

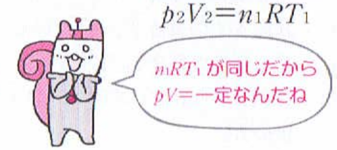
〈状態方程式とボイルの法則〉



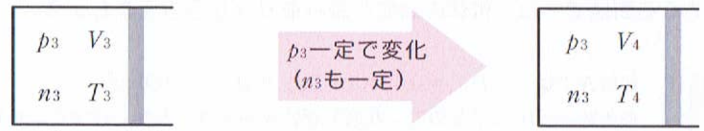
$p_1V_1=n_1RT_1$ ……①　　$p_2V_2=n_1RT_1$ ……②

①，②より　**$p_1V_1=p_2V_2=$(一定)**

ボイルの法則



〈状態方程式とシャルルの法則〉



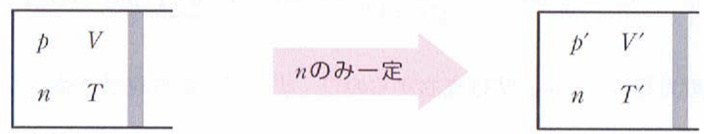
$p_3V_3=n_3RT_3$　　$p_3V_4=n_3RT_4$

$\dfrac{V_3}{T_3}=\dfrac{n_3R}{p_3}$ ……③　　$\dfrac{V_4}{T_4}=\dfrac{n_3R}{p_3}$ ……④

③，④より　**$\dfrac{V_3}{T_3}=\dfrac{V_4}{T_4}=$(一定)**

シャルルの法則

ボイル・シャルルの法則



$pV=nRT$　　$p'V'=nRT'$

$\dfrac{pV}{T}=nR$ ……⑤　　$\dfrac{p'V'}{T'}=nR$ ……⑥

⑤，⑥より　$\boxed{\dfrac{pV}{T}=\dfrac{p'V'}{T'}=(\text{一定})}$

ボイル・シャルルの法則

問9-4 ある理想気体が10 mol封入された容器がある。この気体の体積V〔m^3〕と圧力p〔Pa〕を，右ページのグラフのようにA→B→Cの順に変化させた。変化の過程で，気体が漏れたりすることはなかった。次の問いに答えよ。ただし気体定数を8.3〔J/(mol·K)〕とする。

(1) 状態Aでの温度T_A〔K〕はいくらか。

(2) 状態Bでの温度T_B〔K〕はいくらか。

(3) 状態Bから状態Cまでは，等温で変化させた。状態Cにおける体積V〔m^3〕を求めよ。

グラフが出てくる問題ですね。気体の状態を読み取りながら答えましょう。

解きかた

(1) 状態Aでは，圧力$p_A = 0.50 \times 10^5$ Pa，体積$V_A = 0.50$ m^3，モル数$n = 10$ molなので，状態方程式を使えば，温度もわかりますね。

$p_A V_A = nRT_A$より

$$T_A = \frac{p_A V_A}{nR} = \frac{0.50 \times 10^5 \times 0.50}{10 \times 8.3} = 3.01 \times 10^2 \fallingdotseq \mathbf{3.0 \times 10^2}\text{〔K〕} \cdots 答$$

(2) 状態Bでは圧力$p_B = 0.50 \times 10^5$ Pa，体積$V_B = 1.0$ m^3，モル数$n = 10$ molなので，$p_B V_B = nRT_B$より

$$T_B = \frac{p_B V_B}{nR} = \frac{0.50 \times 10^5 \times 1.0}{10 \times 8.3} = 6.02 \times 10^2 \fallingdotseq \mathbf{6.0 \times 10^2}\text{〔K〕} \cdots 答$$

(3) 状態Cでは圧力$p_C = 0.70 \times 10^5$ Pa，温度$T_C = T_B = 6.02 \times 10^2$ K，モル数$n = 10$ molなので，$p_C V_C = nRT_C$より

$$V_C = \frac{nRT_C}{p_C} = \frac{10 \times 8.3 \times 6.02 \times 10^2}{0.70 \times 10^5} = 0.714 \fallingdotseq \mathbf{0.71}\text{〔m}^3\text{〕} \cdots 答$$

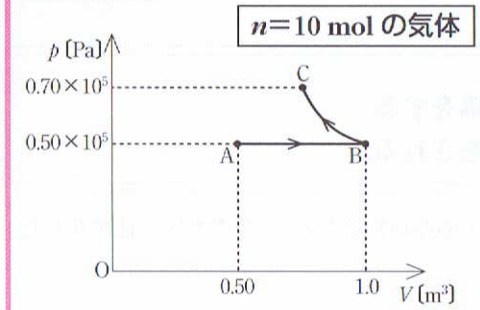
いつでも状態方程式$pV = nRT$は成立するので，すべて状態方程式で導いてみました。

しかし，(2)や(3)では変化の前後に注目して，ボイルの法則やシャルルの法則を使うと，計算がラクになります。

右ページの【別解】の解きかたも確認しておいてください。

このように，気体の状態が変わる問題では，状態ごとにp，V，n，Tを整理し，$pV = nRT$をまとめると解きやすくなることが多いですよ。

問9-4



9

(1) $p_A V_A = nRT_A$ より

$$T_A = \frac{p_A V_A}{nR} = \frac{0.50 \times 10^5 \times 0.50}{10 \times 8.3} \fallingdotseq \mathbf{3.0 \times 10^2}\text{〔K〕} \cdots 答$$

(2) $$T_B = \frac{p_B V_B}{nR} = \frac{0.50 \times 10^5 \times 1.0}{10 \times 8.3} \fallingdotseq \mathbf{6.0 \times 10^2}\text{〔K〕} \cdots 答$$

(3) $p_C V_C = nRT_C$ より

$$V_C = \frac{nRT_C}{p_C} = \frac{10 \times 8.3 \times 6.02 \times 10^2}{0.70 \times 10^5} \fallingdotseq \mathbf{0.71}\text{〔m}^3\text{〕} \cdots 答$$

【別解】

(2) A→Bは圧力が一定なので，シャルルの法則より

$$\frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B}$$

$$T_B = \frac{V_B}{V_A} T_A = \frac{1.0}{0.50} \times 3.01 \times 10^2 \fallingdotseq \mathbf{6.0 \times 10^2}\text{〔K〕} \cdots 答$$

(3) B→Cは等温で変化しているので，ボイルの法則より

$$p_B V_B = p_C V_C$$

$$V_C = \frac{p_B V_B}{p_C} = \frac{0.50 \times 10^5 \times 1.0}{0.70 \times 10^5} \fallingdotseq \mathbf{0.71}\text{〔m}^3\text{〕} \cdots 答$$

ここまでやったら
別冊 P. 81へ

9-7 気体がする仕事

ココをおさえよう！

体積が増えるとき，気体は仕事をする。
体積が減るとき，気体は仕事をされる。

力学で学んだように，力を加えた方向に物体が動いたとき，その力は「仕事をした」といいますね。

シリンダーを温めると，気体が膨張してピストンが動きます。
これを，「仕事」の目線で見ると，中の気体の分子たちがピストンを押しているのですから，「気体が仕事をしている」と考えることができますね。
このように，**気体の体積が増えてピストンが動いたとき，気体が仕事をしたといいます**。

圧力がpで一定のシリンダーを加熱し，面積SのピストンがLの長さだけ動きました。仕事は「力×物体の移動距離」ですから，気体の仕事Wは，こうなります。

$$W = pS \times L$$

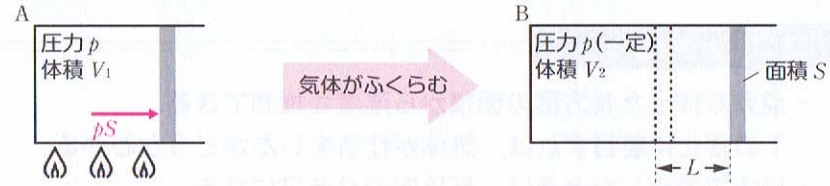
ところで，式中の「$S \times L$」は，膨張して大きくなった分の体積ΔVのことですね。
これを使うと，気体の仕事は，次のようにも表せます。

$$W = p\Delta V \quad (\Delta V = SL = V_2 - V_1)$$

（最初の体積をV_1，膨張したあとの体積をV_2とします）
この気体の圧力と体積の関係を，グラフ（**p-Vグラフ**）にしてみましょう。
すると，**気体がした仕事は，グラフが囲む面積と等しい**ことがわかりますね。
つまり，「**グラフとV軸が囲んだ面積＝気体がした仕事**」となるのです。
このことは，たとえグラフが曲線でも，成立します。

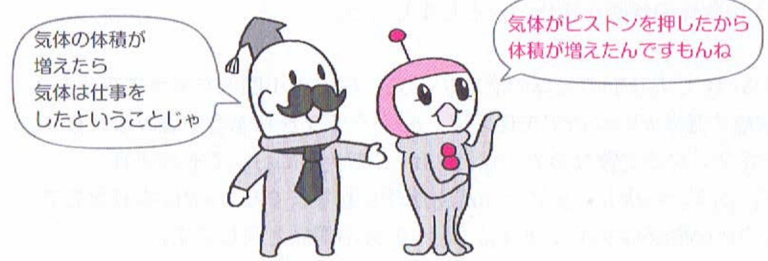
気体の体積が増えた場合，ピストンを押したので，気体がした仕事は正ですが，
気体の体積が減った場合，ピストンに押されたので，気体がした仕事は負です。
この正負は間違えてしまいがちなので，
・まず，気体の「体積増」or「体積減」を判断し，気体がした仕事の正負を決める！
・仕事の大きさを計算orグラフの面積から求める！
と，2段階に分けて考えるとよいでしょう。

気体がする仕事

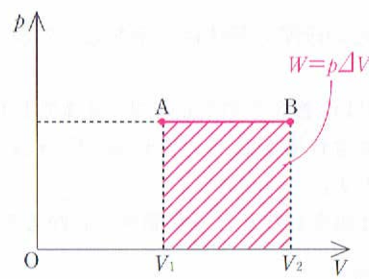


気体がした仕事 W は

$$W = \underbrace{pS}_{力} \times \underbrace{L}_{移動距離} = p\Delta V \qquad (\Delta V = S \times L)$$



p-Vグラフと気体のする仕事



グラフと V 軸の囲む面積
＝
気体がした（された）仕事の大きさ

ここまでやったら
別冊 P. 82 へ

9-8　p-Vグラフの読み取り

ココをおさえよう！

- 点から作った長方形の面積から温度が推測できる。
- Vの変化に着目すれば，気体が仕事をしたかどうかわかる。
- 等温で変化したときは，反比例のグラフになる。

p.340～343で出てきたp-Vグラフは，今後もよく出てきますので，大事な注目ポイントを3つまとめておきますね。右ページのp-VグラフのようにA→B→C(→A)のように気体の状態が変化したとしましょう。

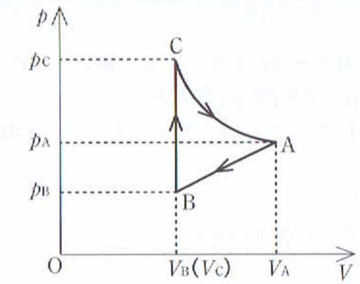
①　まず，点A，B，Cの状態の気体の温度T_A，T_B，T_Cの大小関係を考えてみましょう。気体の状態方程式$pV=nRT$を使えば，p-Vグラフから温度が読み取れます。モル数nは一定で，Rは定数なので，点A，B，Cの状態においてそれぞれ
$p_AV_A=nRT_A$，$p_BV_B=nRT_B$，$p_CV_C=nRT_C$が成り立ちますね。nRは不変なので，T_A，T_B，T_Cの大小関係はp_AV_A，p_BV_B，p_CV_Cの大小関係と同じです。
p_AV_A，p_BV_B，p_CV_Cは，それぞれ右ページの図のような長方形で表されます。
長方形の面積を比べると$p_AV_A>p_BV_B$，$p_CV_C>p_BV_B$なので$T_A>T_B$，$T_C>T_B$とわかるのです（T_AとT_Cの大小関係は，ここではまだわかりません）。

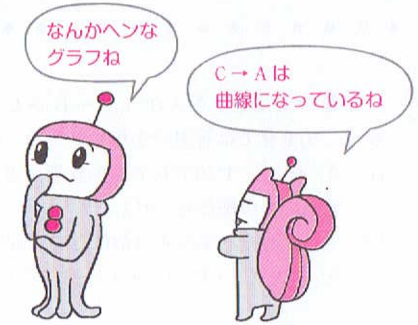
②　続いて，A→B，B→C，C→Aのどの段階で気体は仕事をしたのかを調べましょう。これはVの変化に注目します。
A→BではVは減少しているので，気体は仕事をされています（気体のした仕事は負）。B→CではVは一定なので，気体は仕事をしていません。C→AではVが増加しているので気体は仕事をしています。
横軸V方向の動きに着目すれば，気体が仕事をしたかどうか簡単にわかるのです。

③　最後にC→Aの変化に注目しましょう。

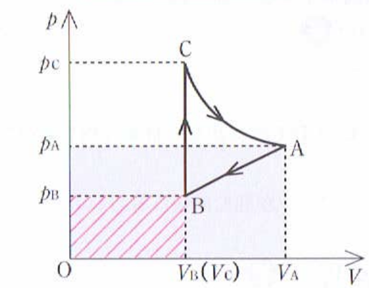
中学校のときに習った反比例のグラフ$y=\dfrac{a}{x}$に似た曲線になっていますね。
C→Aが等温での変化だった場合，$pV=nRT$の右辺n，R，Tがすべて定数になるので，$nRT=a$（定数）とすると$p=\dfrac{a}{V}$となり，pとVは反比例の関係になるのです。
曲線なら絶対に等温変化というわけではありませんが，「等温で変化をしているのはどの過程か」と問われたら，今回で該当するのはC→Aだけになりますね。

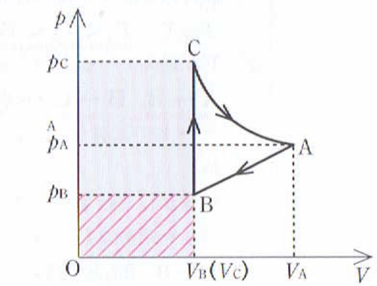
p-Vグラフの読み取り





① **A，B，Cの温度T_A，T_B，T_C，の大小関係は？**
nは一定なので　$pV=\underbrace{nR}_{定数}T$から
pVの大小はTの大小そのもの!!
⇒ **$p\times V$の長方形の面積が大きい点が高温である**



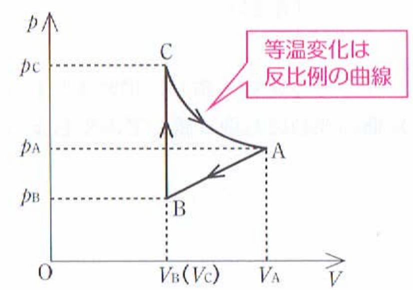


$p_BV_B<p_AV_A \iff T_B<T_A$　　$p_BV_B<p_CV_C \iff T_B<T_C$

② **A→B，B→C，C→Aで仕事をしたのはどの過程か？**
Vが増 ⟺ 気体の仕事が正！　　C→A…答

③ **等温の変化は反比例のグラフ**
$pV=a$（定数）なので

$$p=\frac{a}{V}$$
$$\left(y=\frac{a}{x}\right)$$



問9-5 一定量の気体を状態AからA→B→C→D（→A）とゆっくりと変化させた。B→Cの変化では等温で変化したものとする。次の問いに答えよ。

(1) A，B，C，Dのそれぞれの状態の温度をT_A，T_B，T_C，T_Dとしたとき，それぞれの大小関係を示せ。

(2) 気体がした仕事が正なのはどの過程か答えよ。

(3) A→B，C→D，D→Aの過程で気体がした仕事を求めよ。

ではp-Vグラフの読み取りにチャレンジしましょう。

解きかた

(1) 長方形の面積pVの大小関係がTの大小関係になります。
またB→Cは等温変化なので$T_B=T_C$となります。
AとBではBのほうが長方形の面積が大きいので$T_A<T_B$
CとDではCのほうが長方形の面積が大きいので$T_D<T_C$
DとAではAのほうが長方形の面積が大きいので$T_D<T_A$
よって　$T_D<T_A<T_B=T_C$ …答

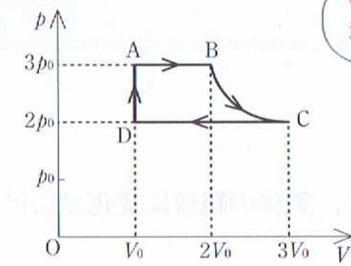
(2) Vが増えている過程を答えましょう。
A→B，B→C …答

(3) A→Bで気体がした仕事は正，C→Dで気体がした仕事は負になりますね。
気体がした仕事の大きさは，p-Vグラフが囲む面積に等しいのでした。
面積を求めましょう。
A→B：$3p_0\times(2V_0-V_0)=3p_0V_0$ …答
C→D：$2p_0\times(3V_0-V_0)=4p_0V_0$
気体がした仕事は負なので　$-4p_0V_0$ …答
D→AはVが不変なので**仕事をしない。** …答

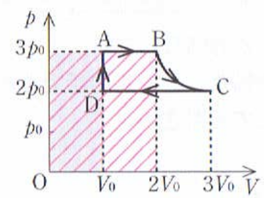
補足 B→Cは曲線になっているので，面積を求めるのに積分が必要になってしまいます。こういう場合は，p-Vグラフから気体の仕事を求める問題は出ませんので安心してください。

p-Vグラフの読み取りは慣れましたか？
別冊の問題にも取り組んでみましょう。

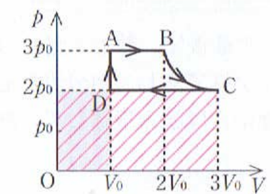
問 9-5



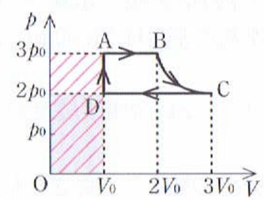
(1)



$p_AV_A<p_BV_B \iff T_A<T_B$



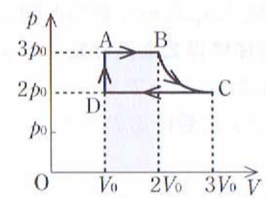
$p_DV_D<p_CV_C \iff T_D<T_C$



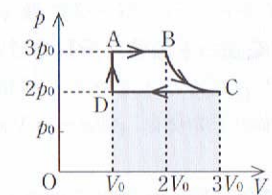
$p_DV_D<p_AV_A \iff T_D<T_A$

B→Cは等温なので
$T_B=T_C$
よって
$T_D<T_A<T_B=T_C$ …答

(3)



気体がした仕事 W_{AB} は
$W_{AB}=3p_0V_0$ …答



気体がした仕事 W_{CD} は
$W_{CD}=-4p_0V_0$ …答

ここまでやったら
別冊 P. 84 へ

9-9 浮力と密度 ρ と気体の法則

ココをおさえよう！

$\rho=\dfrac{m}{V}$ なので　$V=\dfrac{m}{\rho}$

$pV=nRT$ は $\dfrac{pm}{\rho}=nRT$ となるので，気体の組成に変化がなければ　$\dfrac{p}{\rho T}=\dfrac{R}{M}=$（一定）

このChapterの最後に，浮力や気体の密度についてお話しします。
少しややこしい話ですし，熱分野でもちょっと特殊なジャンルの話でもあります。
よくわからない人は読み飛ばして，あとで理解してください。

単位体積あたりの物質の質量を密度といい，$\rho=\dfrac{m}{V}$ で表されるのでしたね。
1 m³の重さの無視できる容器に，水を注ぐと約1000 kg，水銀を注ぐと約13600 kgになります。水の密度は1000 kg/m³，水銀の密度は13600 kg/m³ということです。
$\rho V=m$ ですから，密度 ρ の物体が体積 V だけあると，ρVg の重力を受けます。

ここで『力学・波動編』のp.70～73で説明した浮力の話をしておきましょう。
密度 ρ の液体中に，体積 V の物体を入れると，物体は $\boldsymbol{\rho Vg}$ の浮力を受けるのでした。
ρVg は，その V というスペースに液体があった場合にはたらく重力と同じです。
つまり，**周りを満たす液体を押しのけた分だけ，物体は浮力を受けた**といえますね。
物体の密度が ρ' だったとすると，物体にかかる重力は $\rho' Vg$ です。
よって，液体中で物体は $\boldsymbol{\rho Vg-\rho' Vg}$ の力を上向きに受けるのです。

上の話は，液体に限ったことではありません。気体でも同じです。
ヘリウムガスを入れた風船は空気中を浮かびますよね。
ヘリウムは，周りの空気よりも密度が小さいので，浮力を受けるのです。
周りの空気の密度を ρ，ヘリウムの密度を ρ'，風船の体積を V とすると
風船にはたらく上向きの力は　$\rho Vg-\rho' Vg$　となるので，浮かぶのです。

9

密度

1 m³ の水＝約 1000 kg　　1 m³ の水銀＝約 13600 kg

同じ体積でも物質によって質量が異なる

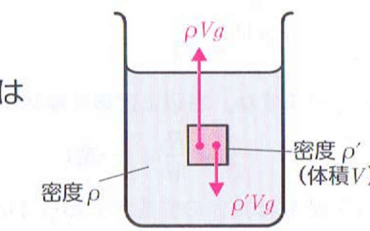
$\overset{ロー}{\rho}=\dfrac{m}{V}$

$\rho V=m$ より密度 ρ の物体が体積 V だけあると
ρVg の重力を受ける。

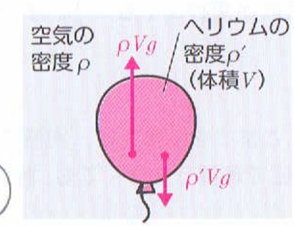
浮力

密度 ρ の液体中にある体積 V の物体は ρVg の浮力を受ける。
その物体の密度を ρ' とすると
物体にはたらく重力は $\rho' Vg$
ゆえに，物体にはたらく上向きの力は

$\underbrace{\rho Vg}_{浮力}-\underbrace{\rho' Vg}_{重力}$



これは気体でも同じで，
ヘリウムは周りの空気より
密度が小さいため，風船は浮く。



同じ気体でも温度によって密度は変わります。
一般に，温度が高いと気体は軽い，つまり密度が小さくなります。
熱気球が浮かび上がるのは，気球のバルーン内の空気が暖まり，周りの空気よりも密度が小さくなるためなのです。

では，気体の密度 ρ と，気体の法則を関係づけていきましょう。

体積 V〔$\mathrm{m^3}$〕，圧力 p〔Pa〕，温度 T〔K〕で n〔mol〕の気体があるとします。
この気体の質量を m〔g〕とすると，気体の密度 ρ はいくらでしょうか？

$\boldsymbol{\rho=\dfrac{m}{V}}$〔$\mathrm{g/m^3}$〕ですね。
密度の定義通りです。忘れないようにしましょう。

気体の分子量を M とすると，n〔mol〕で m〔g〕になったのですから $m=nM$ ですね。

$\rho=\dfrac{m}{V}$ より $V=\dfrac{m}{\rho}=\dfrac{nM}{\rho}$ ですから，気体の状態方程式 $pV=nRT$ にあてはめると

$$p\cdot\frac{nM}{\rho}=nRT$$

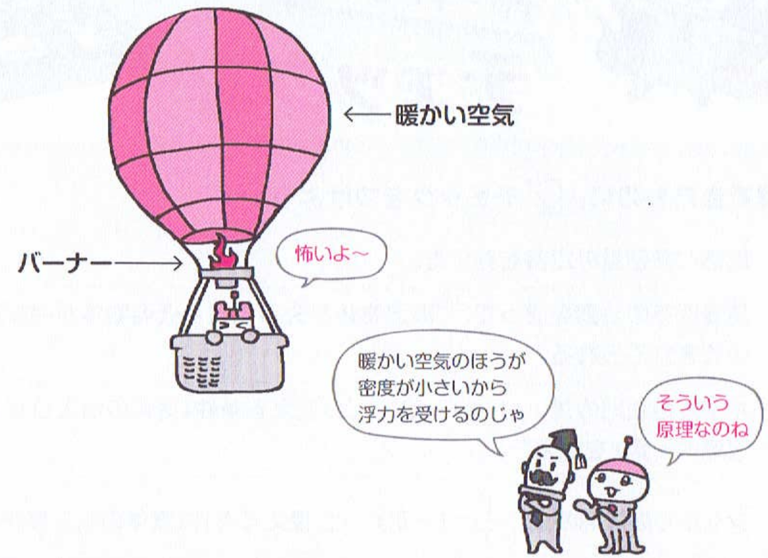
$$\frac{pM}{\rho}=RT$$

となりますね。右辺に定数を集めると

$$\frac{p}{\rho T}=\frac{R}{M}=(\text{一定})$$

分子量 M は気体の組成が変わらない限りは一定ですから，気体の温度が変わって，密度が変わっても，$\dfrac{p}{\rho T}$ は一定ということです。

ここまでをふまえて，別冊の熱気球の問題に挑戦してみましょう。
1回で理解できなくても，解説を読んで，時間をおいてトライしてみてくださいね。



気体の状態方程式と密度

$$\rho=\frac{m}{V}$$

$m=nM$（気体の分子量を M とすると，n〔mol〕で m〔g〕だから）
よって

$$V=\frac{m}{\rho}=\frac{nM}{\rho}$$

気体の状態方程式より

$$pV=nRT$$

$$p\cdot\frac{\cancel{n}M}{\rho}=\cancel{n}RT$$

$$\boxed{\frac{p}{\rho T}=\frac{R}{M}=(\text{一定})}$$

ここまでやったら
別冊 P. 86 へ